



G.O.P. Gabinete de Organização e Projectos, Lda

PROJECTO DE ESTRUTURAS DE BETÃO PRÉ-ESFORÇADO

Apresentação de uma folha de Cálculo

Março de 2012

Elaborado por:

Eng. João Maria Sobreira

Com a colaboração de:

Eng. Jorge Ribeirinho Soares



GOP Gabinete de Organização e Projectos, Lda

Dimensionamento de secções de betão armado pré-esforçado



Prefácio

O pré-esforço em estruturas de engenharia civil consiste na introdução de um conjunto de "acções auto-equilibradas" sobre a estrutura, escolhidas por forma a contrariar tanto quanto possível as acções a que a estrutura estará submetida.

Este tipo de estruturas exige um conhecimento aprofundado sobre as acções na estrutura, os efeitos da fluência e retracção do betão, a diferença entre forças internas e externas, as deformações e as tensões quer das secções quer da estrutura, etc.

Este trabalho tem como objectivo principal apresentar uma folha de cálculo destinada ao dimensionamento de secções de betão armado pré-esforçado, que tenha em consideração todos esses condicionamentos.

Procurou-se ter uma abordagem prática e actual, para que este documento possa ajudar de um modo simples e sistemático o projecto deste tipo de estruturas.



GOP Gabinete de Organização e Projectos, Lda

Dimensionamento de secções de betão armado pré-esforçado



Índice

1. INTRODUÇÃO	1
2. ALGUMAS CONSIDERAÇÕES PRÉVIAS	5
2.1. ELEMENTOS ISOSTÁTICOS PRÉ-ESFORÇADOS	5
2.2. INTRODUÇÃO DOS EFEITOS DA HIPERSTATICIDADE.....	7
2.3. VALORES A CONSIDERAR NA ACÇÃO DO PRÉ-ESFORÇO APLICADO.....	9
2.4. CONSIDERAÇÕES SOBRE O TRAÇADO DOS CABOS.....	10
2.4.1. INFLUÊNCIA DO TRAÇADO EM ESTRUTURAS HIPERSTÁTICAS	10
2.4.2. DESENHO DO TRAÇADO DOS CABOS	11
2.5. PRÉ DETERMINAÇÃO DO PRÉ-ESFORÇO NECESSÁRIO.....	13
2.6. FASES DE CÁLCULO DE UMA ESTRUTURA HIPERSTÁTICA PRÉ-ESFORÇADA.....	14
3. CASO PRÁTICO: ADEGA EM CAMPO MAIOR	17
3.1. PRÉ-DIMENSIONAMENTO DA SECÇÃO, DO PRÉ-ESFORÇO A UTILIZAR E DO TRAÇADO DO CABO....	17
3.2. QUANTIFICAÇÃO DAS ACÇÕES.....	21
3.3. DIAGRAMAS DE DEFORMAÇÕES E DE ESFORÇOS NECESSÁRIOS PARA O DIMENSIONAMENTO	25
3.4. PRÉ-DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS PASSIVAS E DAS PAREDES	40
3.5. FOLHA DE CÁLCULO PARA O DIMENSIONAMENTO DE SECÇÕES DE BETÃO ARMADO PRÉ-ESFORÇADO.....	44
BIBLIOGRAFIA.....	65



1

INTRODUÇÃO

O objectivo deste trabalho é estudar uma folha de cálculo destinada ao dimensionamento de secções de betão armado e pré-esforçado. No entanto iremos começar por uma abordagem prévia à análise estrutural de estruturas pré-esforçadas, baseada no método das cargas balanceadas para em seguida passarmos ao desenvolvimento da folha de cálculo.

Do livro de T. Y. LYN extraímos do Cap.11 / 11-1

“Três conceitos básicos para o dimensionamento do betão pré-esforçado foram abordados. (...) o primeiro conceito é o de considerar o betão pré-esforçado como um material elástico, sendo projectado e analisado considerando as suas tensões elásticas (conceito-tensão). O segundo conceito trata o betão pré-esforçado como betão armado e considera a sua resistência última (conceito-resistência).

O terceiro conceito vê o betão pré-esforçado, em primeiro lugar, como o modo de equilibrar (balancear) uma parte da carga na estrutura (conceito-carga balanceada). Este conceito representa, muitas vezes o modo mais simples de abordar o projecto e a análise das estruturas pré-esforçadas, no entanto a sua vantagem sobre os dois outros conceitos não tem grande significado em estruturas isostáticas. No caso de sistemas estruturais hiperstáticos, o conceito-carga balanceada oferece



enorme vantagem tanto no cálculo como na visualização do comportamento da estrutura. Embora os cálculos preliminares e muitas vezes a análise final de estruturas hiperstáticas se faça muito facilmente por este método, é fundamental o conhecimento dos outros conceitos e a sua aplicação é a maioria das vezes necessária.

Para melhor se perceber o conceito-carga balanceada em contrapartida com os outros dois conceitos, vamos primeiro examinar o desenvolvimento do comportamento de um elemento pré-esforçado submetido a um esforço de flexão, fig. 1. Esta figura descreve a relação carga/deformação de um elemento, mas também se aplica á secção de um elemento. Existem vários pontos notáveis durante o processo de carregamento do elemento, desde o início até á sua rotura.

- 1. O ponto de não deformação - (bloco rectangular de tensões ao longo da secção)*
- 2. O ponto de não tensão - (bloco de tensões triangular com tensão zero na fibra inferior da secção)*
- 3. O ponto de fissuração - (a fibra inferior da secção atinge a resistência máxima á tracção e fissura)*
- 4. O ponto de plastificação - (o aço é traccionado para além do seu ponto de plastificação)*
- 5. O ponto de rotura - (a carga máxima suportada pelo elemento no momento da rotura)*

DL – peso próprio total

DL+LL – carga de serviço (peso próprio + sobrecarga)

$k_1(DL+LL)$ – aplicação de coeficiente de segurança á carga de serviço de modo a obter a mínima carga de cedência

$k_2(DL+LL)$ – aplicação de coeficiente de segurança á carga de serviço de modo a obter a mínima carga de rotura

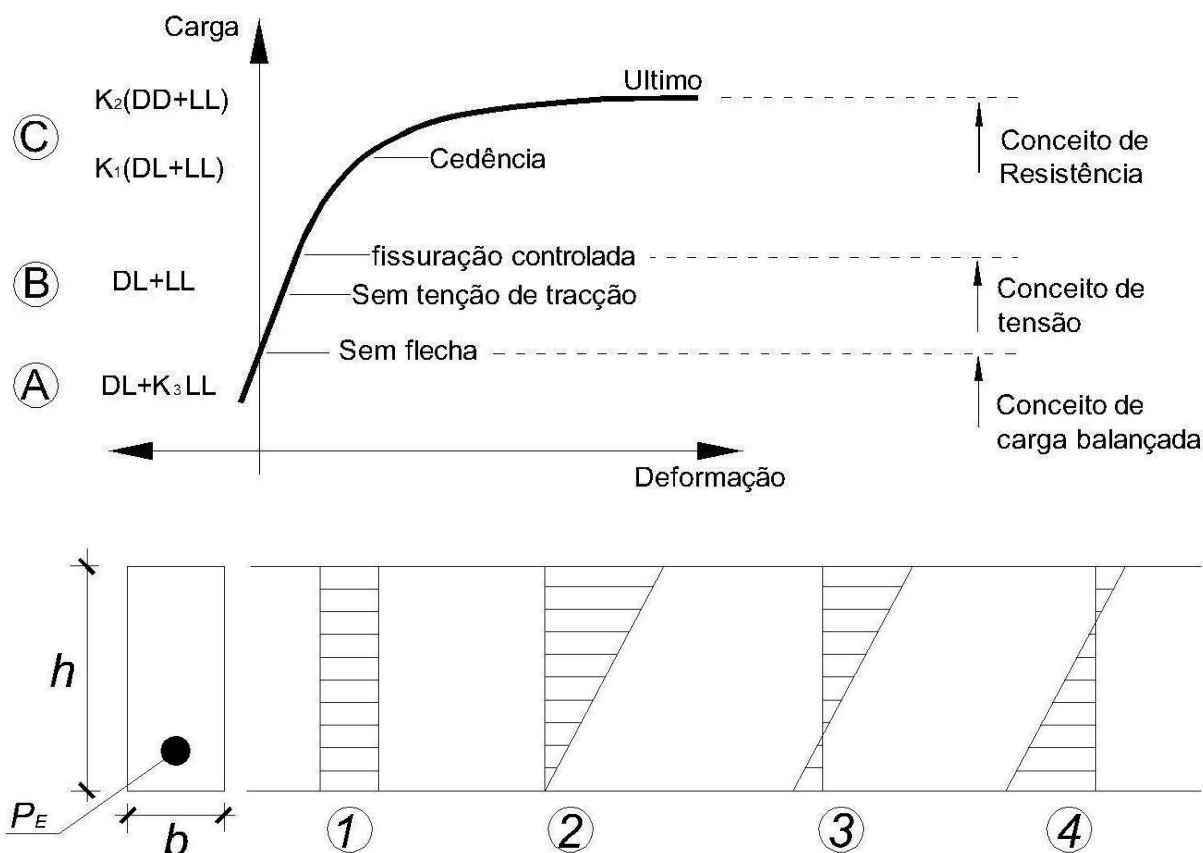


Fig.1.1 – Ciclo de vida de um elemento pré-esforçado submetido a esforço de flexão.

Projectar adoptando o conceito-tensão consiste em garantir que a carga de serviço $DL+LL$ não origina tensões de tracção além dos limites regulamentares (ou mesmo garanta a não existência de tracções).

Projectar adoptando o conceito-resistência consiste em garantir que a carga $k_2(DL+LL)$ corresponda á carga ultima de rotura da viga.*

*Projectar adoptando o conceito-carga balanceada consiste em garantir que a carga $DL+ k_3*LL$ (em que k_3 é zero ou um valor muito menor que 1) coincida com o ponto de não deformação. Em algumas situações de projecto, balancear um valor inferior ao peso próprio pode ser a melhor solução, enquanto noutras situações devemos balancear uma parte da sobrecarga.”*



2

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES PRÉVIAS

2.1. ELEMENTOS ISOSTÁTICOS PRÉ-ESFORÇADOS

Num elemento Pré-esforçado com um cabo parabólico com flecha f , aplicado nos extremos ao nível do C.G. o momento máximo é dado por, $M_{max} = P_E * f$.

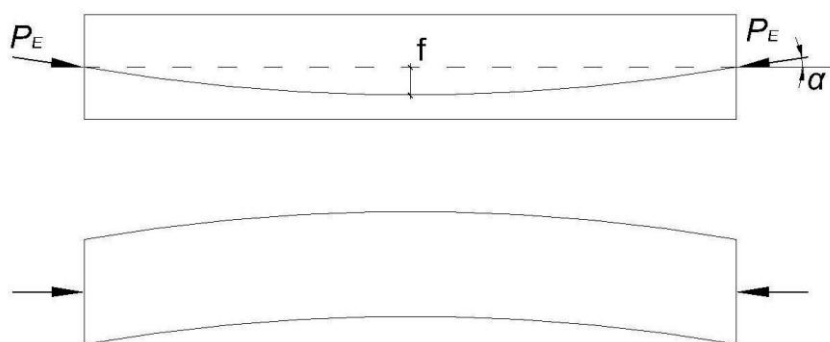


Fig.2.1 – Deformada de estrutura isostática.

O efeito do cabo é equivalente ao efeito de um sistema de forças equivalente tal como se apresenta na figura 2.2.

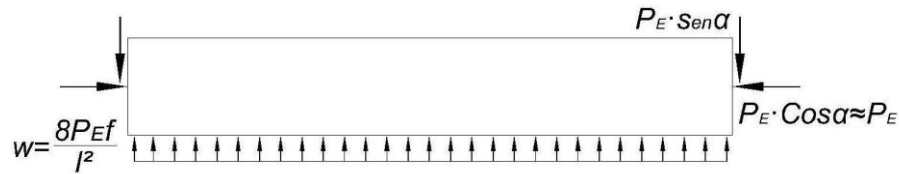


Fig.2.2 – Sistema de forças equivalentes ao Pré-esforço.

o diagrama de momentos originados pelo cabo é

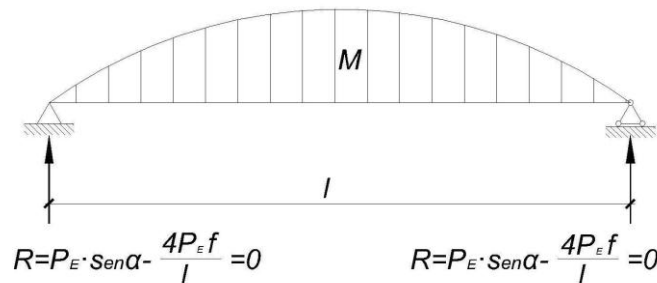


Fig.2.3 – Diagrama de momentos e reacções nos apoios.

em que $M_{max} = w * l^2 / 8$.

Sendo $P_E * f = w * l^2 / 8$ implica $w = 8 * P_E * f / l^2$

logo devido á carga equivalente w a reacção R nos apoios do elemento é

$$R = w * l / 2$$

igual á componente vertical da acção do pré-esforço no ponto de aplicação nos apoios, logo

$$R = P_E * sen \alpha - 4 * P_E * f / l = 0$$

O elemento tem um equilíbrio intrínseco não originando acções sobre o exterior. Se esse elemento pré-esforçado estiver simplesmente apoiado, sujeito ao peso próprio e mais alguma carga exterior que em conjunto igualem w ($pp + \%sob = w$) verifica-se que o elemento, sujeito a essa acção, se mantém sem deformações com reacções nos apoios iguais às acções exteriores vezes $l/2$ mais uma compressão interna devida ao P_E .

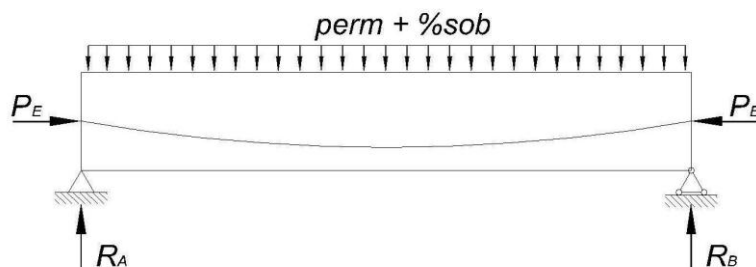


Fig.2.4 – viga sem deformação com $R = (pp + \%sob) \frac{l}{2}$ e uma compressão interna P_e .

$$R_A = R_B = (pp + \%sob) * l/2$$

Aparentemente o elemento não está carregado.

2.2. INTRODUÇÃO DOS EFEITOS DA HIPERSTATICIDADE

Na alínea 2.1, o momento M ao longo do elemento, introduzido pelo cabo de PE é igual a $M = P_E * x$ em que x é a excentricidade do cabo relativamente ao eixo baricentro da peça. Este Momento Flector designa-se de Momento Primário ou isostático.

Suponhamos agora que se encastra a mesma peça do lado B, mantendo o restante.

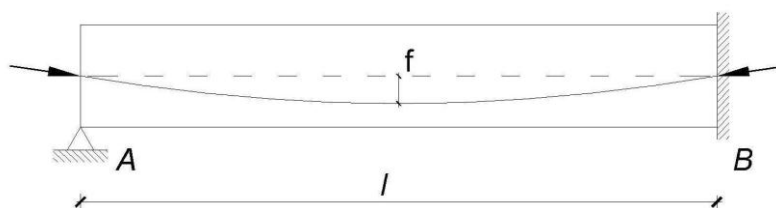


Fig.2.5

Devido ao sistema de forças equivalente sabemos que o novo diagrama de momentos internos (**Momentos Totais de Pré – Esforço**) será o indicado na figura seguinte

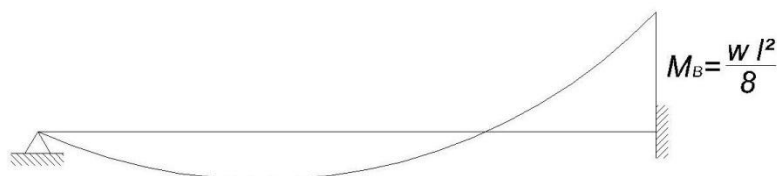


Fig.2.6 – Diagrama de momentos da viga em causa.

podendo este novo diagrama ser decomposto em dois (ver figuras 2.7 e 2.8).



Fig.2.7 – Diagrama de momentos primário.

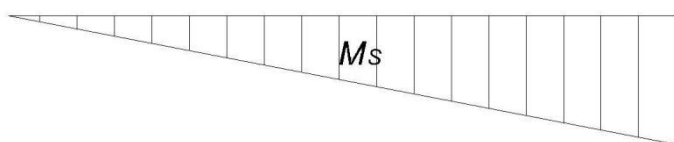
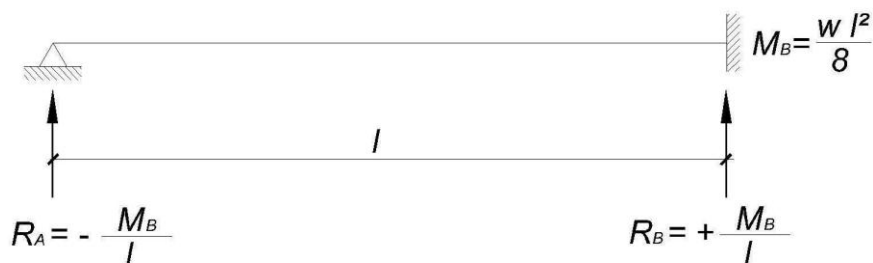


Fig.2.8 –Diagrama de momentos secundário.

O diagrama da figura 2.7 é idêntico ao da alínea 2.1 (Momento Primário ou isostático). O diagrama 2.8 é devido aos momentos originados pela hiperstaticidade do elemento, que por sua vez origina efectivamente reacções nos apoios, designado **Momento Secundário** ou hiperstático.

As reacções nos apoios são $R_A = w * l/2 - (w * l^2/8)/l$ e $R_B = w * l/2 + (w * l^2/8)/l$ uma vez que a parcela isostática $w * l/2$ é anulada pela componente vertical da acção do pré-esforço, fica





$$R_A = -M_B/l \quad \text{e} \quad R_B = +M_B/l$$

Vemos portanto que

$$\textbf{Momentos Totais de PréEsforço} = \textbf{Momentos Primários} + \textbf{Momentos Secundários}$$

Logo em qualquer estrutura hiperstática, podemos, aplicando um sistema de cargas equivalentes ao pré-esforço aplicado, determinar os **Momentos Totais de PréEsforço aplicado**. Conhecendo as linhas do traçado dos cabos e do centro de gravidade da secção determinar os **Momentos Primários de PréEsforço aplicado**.

$$M_{Prim} = P_E * (CGP_E - CGC), \quad \text{logo} \quad M_{Sec} = M_{P_E Total} - M_{Prim}$$

Note-se que os esforços secundários agem como se de acções externas se tratassem.

2.3. VALORES A CONSIDERAR NA ACÇÃO DO PRÉ-ESFORÇO APLICADO

Numa fase inicial do cálculo é necessário arbitrar as perdas instantâneas e diferidas para fazer uma previsão do pré-esforço útil que se irá obter. Na figura 2.10 é apresentado um exemplo em que se considerou 10 % de perdas instantâneas e 12.5% de perdas diferidas.

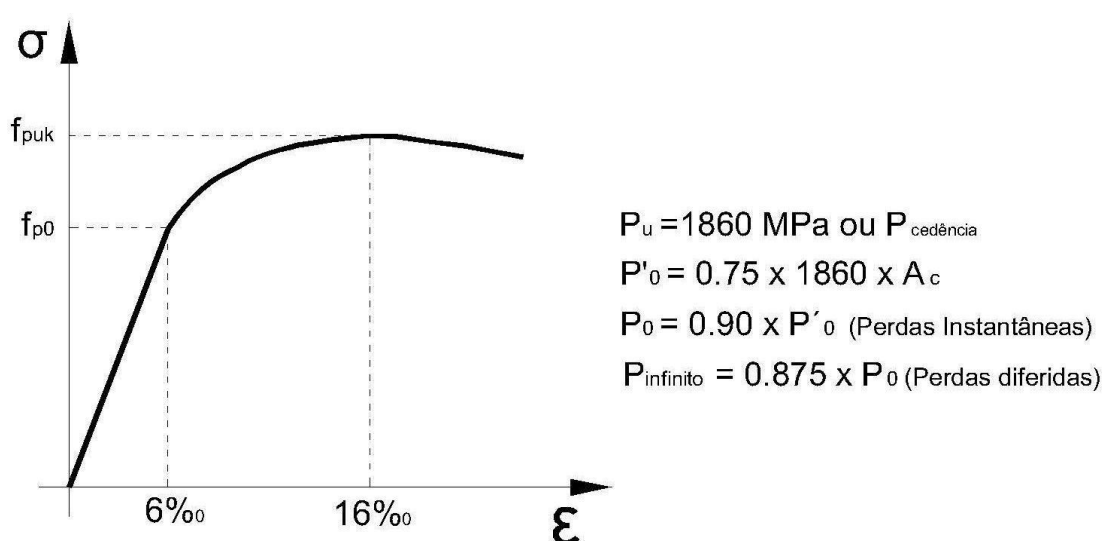


Fig.2.10 – diagrama típico de aço para Pré Esforço 1660/1860 MPa.

2.4. CONSIDERAÇÕES SOBRE O TRAÇADO DOS CABOS

Existe muita informação disponível sobre este assunto, vamos por isso simplesmente referir nas alíneas seguintes algumas questões úteis em projecto.

2.4.1. INFLUÊNCIA DO TRAÇADO EM ESTRUTURAS HIPERSTÁTICAS

Seja a viga de dois vãos, a seguir representada, com pré-esforço aplicado em A e C no C.G. das respectivas secções, tendo sido o cabo levantado em B.

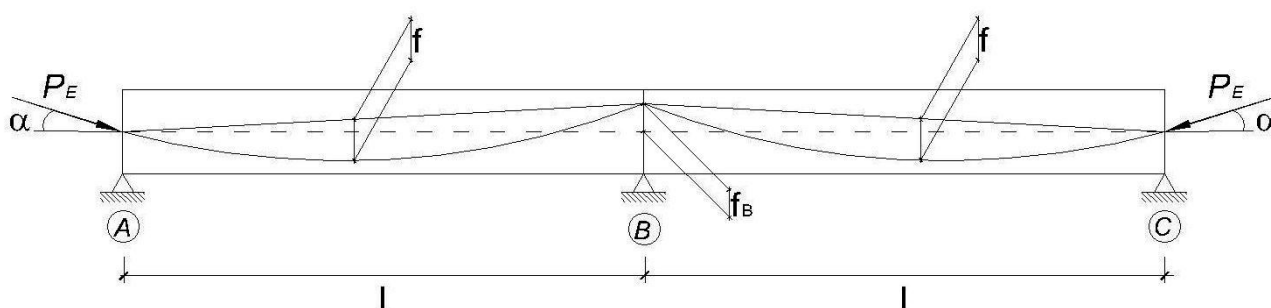


Fig.2.11 – Traçado simplificado do cabo de pré-esforço numa estrutura hiperstática.

Levantando o cabo em B, introduz-se em B um **Momento Primário** $M_{prim} = P_E * f_B$ que poderá ajudar a anular o momento M_B devido às acções exteriores.

O momento M_B devido à acção do pré esforço aplicado é $M_{P_E Total} = M_{Prim} + M_{Sec}$

Neste exemplo as acções equivalentes ao pré-esforço são;

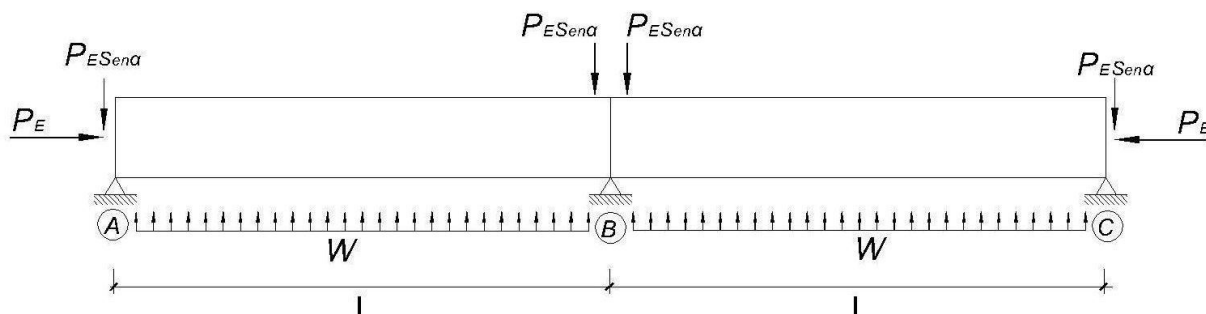


Fig.2.12 – Acções equivalentes do pré-esforço.

Isto é, as mesmas que com o traçado do cabo indicado na figura seguinte, se as flechas f e os vãos forem os mesmos.

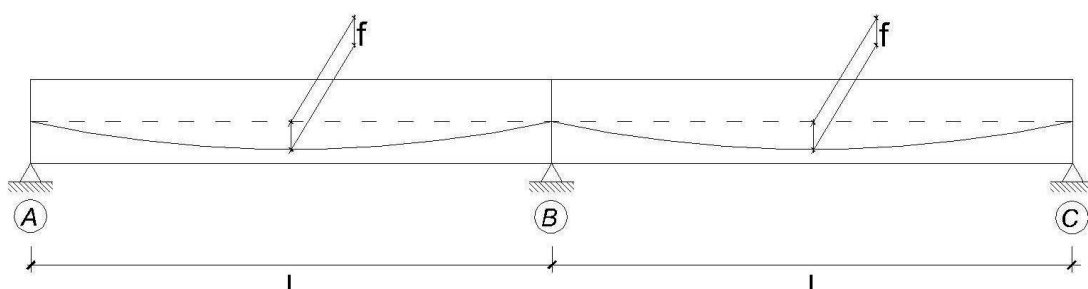


Fig.2.13 – Traçado simplificado do cabo de pré-esforço numa estrutura hiperestática.

Verifica-se, portanto, que ao subir o cabo no apoio B, aumentamos o **Momento Primário** e reduzimos do mesmo valor o **Momento Secundário**, isto é, equilibramos o sistema de forma idêntica desagravando as acções exteriores, pois como vimos os esforços secundários podem ser considerados acções exteriores.

2.4.2. DESENHO DO TRAÇADO DOS CABOS

Na prática os cabos não podem ser inflectidos de forma brusca, devendo sofrer inflexões suaves como se pode ver na figura que se segue.

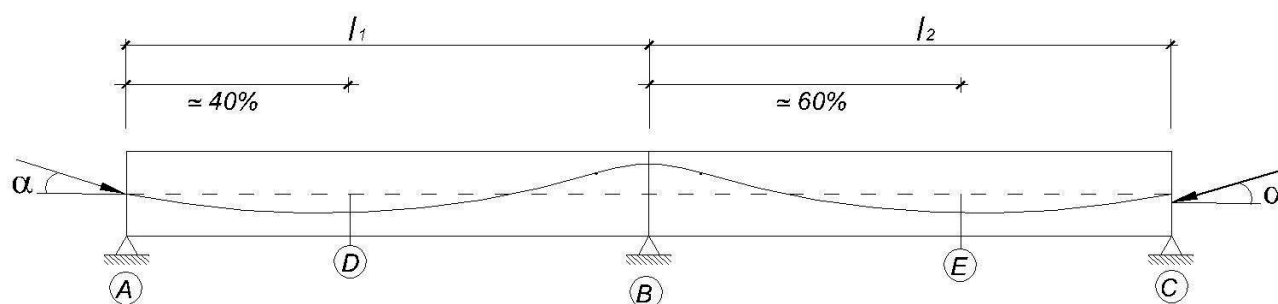


Fig.2.14 – Traçado suavizado do cabo de pré-esforço 1.

Também poder ser adoptado o traçado suavizando indicado na figura 2.15 fazendo pontos de

inflexão do cabo nos apoios extremos.

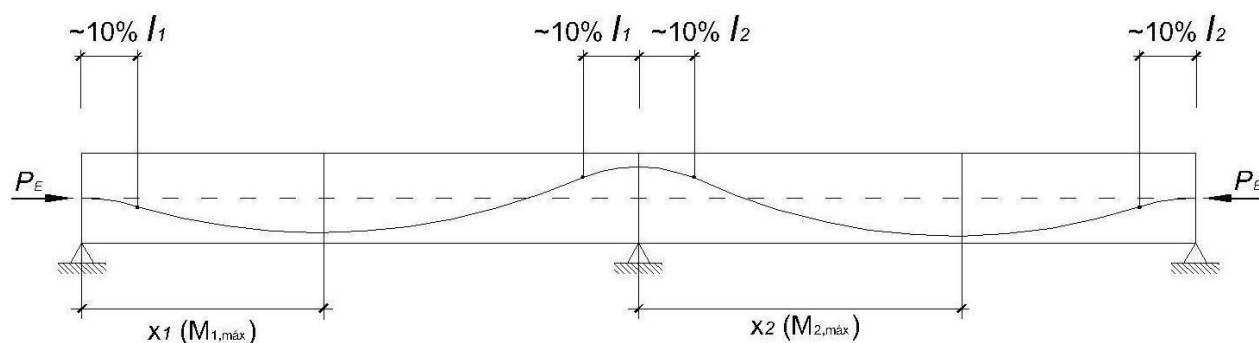


Fig.2.15 – Traçado suavizado do cabo de pré-esforço 2.

Na figura 2.15 x_1 e x_2 são coordenadas do momento máximo nos vãos. As zonas de transição deverão ter uma dimensão aproximada de 10% do vão. A figura seguinte representa as cargas equivalentes da fig.2.15.

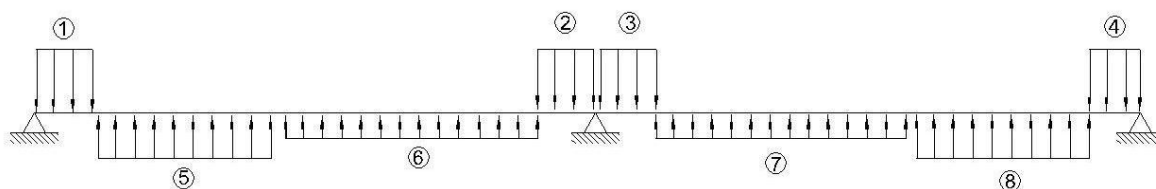
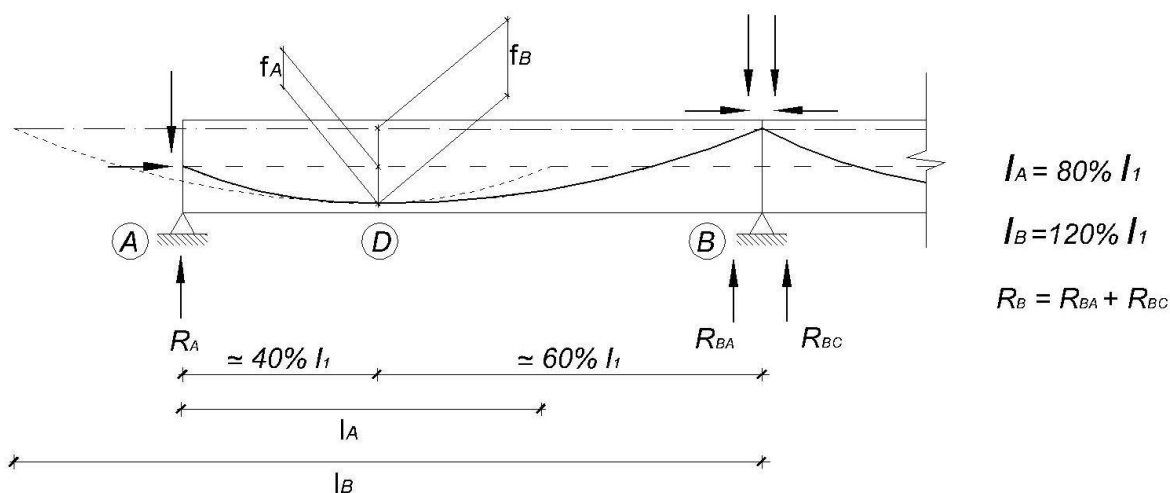


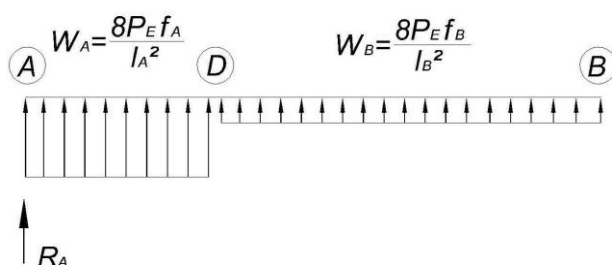
Fig.2.16 – Cargas equivalentes do pré-esforço com o traçado suavizado 2.

Nota: Nas cargas representadas na figura 2.16, o total de 2 será igual ao total de 6, isto é, equivale á reacção de 6.

A seguir mostram-se exemplos de como considerar os traçados parabólicos e a determinação das suas cargas equivalentes.



neste caso as forças equivalentes seriam



Contudo verifica-se que se calcularmos as cargas equivalentes devidas à acção do PE com o uso do traçado simplificado do cabo podemos ter um erro de aproximadamente 10% em relação ao obtido com o uso do traçado real, no entanto em estruturas hiperstáticas encastradas nos apoios este valor poderá ser superior.

2.5. PRÉ DETERMINAÇÃO DO PRÉ-ESFORÇO NECESSÁRIO

Para a determinação do pré-esforço necessário, podemos começar por adoptar um traçado simplificado aumentando ou diminuindo a flecha do cabo; por exemplo no caso de dois vãos iguais sabemos que a acção do pré-esforço ao longo da viga é $w_{PE} = 8 * P_E * f / l^2$, valor este, que deverá ser aproximadamente igual à percentagem das cargas exteriores que pretendermos equilibrar, o que nos permite determinar um P_{∞} aproximado.



$P_0 \cong 0,90 * P'_0$ pré-esforço inicial deduzido das perdas instantâneas

$P_\infty \cong 0,875 * P_0$ pré-esforço inicial deduzido das perdas instantâneas e das perdas diferidas

$P'_0 \cong 0,75 * P_{Eultimo}$ pré-esforço inicial

$P_{Eultimo} = P_\infty / 0,6$ em que $0,60 = 0,75 * 0,90 * 0,875$

Com o pré-esforço pré definido podemos passar a um traçado do cabo mais refinado, e passar à determinação dos diversos diagramas de esforços de que vamos necessitar.

2.6. FASES DE CÁLCULO DE UMA ESTRUTURA HIPERSTÁTICA PRÉ-ESFORÇADA

- a) Pré dimensionamento da secção por um qualquer processo pessoal e dos cabos de pré-esforço utilizando um traçado dos cabos simplificado.
- b) Definição do traçado real dos cabos; vimos em 2.5 o exemplo do caso de dois vãos iguais. Se os vãos forem diferentes pode-se adoptar para o maior vão, $w_{P_E} = 8 * P_E * f / l^2$, e fazendo variar a flecha do cabo nos outros vãos, W_{P_E} nestes vãos, de modo a aproximar os efeitos da acção do cabo dos efeitos das acções exteriores.
- c) Definição das acções exteriores actuantes na estrutura.
- d) Definição das acções equivalentes originadas pelos cabos de pré-esforço sobre a estrutura em fase 0 e infinito, isto é, com P_0 e P_∞ .
- e) Recorrendo a um programa de cálculo, (neste caso usamos o ROBOT) e tendo em consideração as acções das alíneas anteriores, obter os seguintes diagramas de esforços.

e1. Diagramas de deformadas das cargas não balançadas em fase 0 e fase infinito.

Fase 0: $G_{pp} + P_0$

Fase ∞ : $G_{pp} + G_{pt} + Q_s + P_\infty$

e2. Diagramas M_s das cargas não balançadas em fase 0 e fase infinito.

Fase 0: $G_{pp} + P_0$

Fase ∞ : $(G_{pp} + G_{pt}) + Q_s + P_\infty$



- e3.** Diagramas V_{sd} das cargas não balanceadas em fase 0 e em fase infinito
 - e4.** Diagrama de momento do pré-esforço total, M_{PE} , e do M_{prim} para a determinação do M_{sec} de pré-esforço em fase inicial e em fase infinito.
 - e5.** Diagrama de momentos, M , devidos às diversas solicitações exteriores.
- f)** Pré-Dimensionamento das armaduras passivas (para cargas não balanceadas)
- g)** Dimensionamento de outros elementos não pré-esforçados para os esforços determinados em fase 0 e fase infinito considerando as acções não balanceadas.



3

CASO PRÁTICO: ADEGA EM CAMPO MAIOR

De seguida é apresentado um exemplo de uma estrutura porticada constituída por uma laje de dois vãos (12 e 18 metros) suportada por paredes (9 metros de altura), em que atendendo aos mesmos e tendo em conta as acções exteriores, se entendeu pré-esforçar a laje.

3.1. PRÉ-DIMENSIONAMENTO DA SECÇÃO, DO PRÉ-ESFORÇO A UTILIZAR E DO TRAÇADO DO CABO

3.1.1. – Pré dimensionamento da secção (por um qualquer processo pessoal) **e dos cabos de pré-esforço** utilizando um traçado dos cabos simplificado considerando o esquema estrutural da figura 3.1 onde se consideram 2 hipóteses: de apoios encastrados; de apoios rotulados.

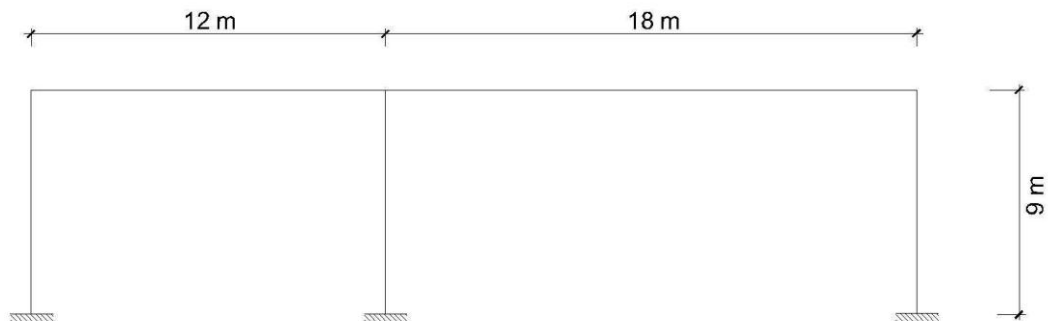


Fig.3.1 – Esquema da estrutura.

Pré-dimensionamento da secção é fruto de algumas tentativas.

Adoptando $h_{laje} = 0,50 \text{ m}$ a carga p (laje+terras) será aproximadamente igual a 20 kN/m^2 então simplificada: $M_{m\acute{a}x} \cong p \cdot l^2 / 12 = 540 \text{ kN} \cdot \text{m}$; $M_{Rd} = 540 \cdot 1,5 / 0,46^2 = 3800$ (ok)

Como o momento no apoio B é muito maior do que em A e C, iremos adoptar para a laje a espessura 0,45 m em A e C e 0,55 m em B, fazendo variar a espessura da terra vegetal conforme é indicado na fig.3.2.

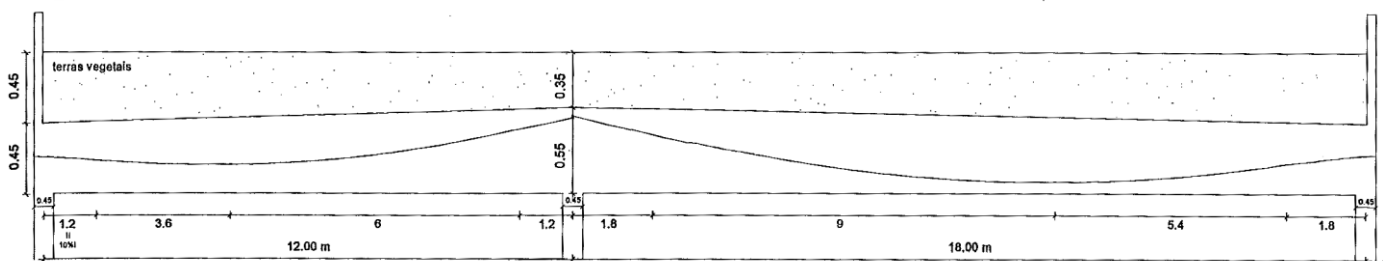


Fig.3.2 – Traçado simplificado dos cabos.

Considerando um recobrimento de 4 cm e sendo $f = 0,55 - 2 \cdot 0,07 = 0,41 \text{ m}$ e $p + s \cong 20 + 2 = 22 \text{ kN/m}^2$ e sendo o vão BC o vão com máxima flecha dos cabos, se pré-esforçarmos para 70% de $p+s$ temos:

$$w_{P_E} = 22 \cdot 0,7 = 15 \text{ kN/m}^2 = 8 \cdot P \cdot f / l^2 ; P_{\infty} = 15 \cdot (2 \cdot 10,8)^2 / (8 \cdot 0,41) = 2150 \text{ kN}$$

Admitindo a utilização de cabos 6804, com os pressupostos seguintes, temos:

Cabo 6804 (Dywidag) (1660/1860)



$$\text{Área} = 4 \times 1,5 = 6 \text{ cm}^2$$

$$A_{1 \text{ cordão } 0,6''} = 1,5 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{P0'} = \min \begin{cases} 0,75 \cdot f_{puk} \\ 0,85 \cdot f_{P0,1k} \end{cases}$$

10% de perdas imediatas

12,5% de perdas diferidas

$$P_{o'} = 0,75 \times 186 \times 6 = 837 \text{ kN}$$

$$P_0 = 0,90 \times 837 = 753 \text{ kN}$$

$$P_{\infty} = 0,875 \times 753 = 659 \text{ kN}$$

Utilizando cabos de pré-esforço afastados de 0,30 m:

$$P_0/0,3 = 2790 \text{ kN} \quad ; \quad P_0/0,3 = 2500 \text{ kN} \quad ; \quad P_{\infty}/0,3 = 2200 \text{ kN} > 2150 \text{ kN}$$

3. 1.2.- Definição do traçado real dos cabos (1ª tentativa)

Para uma acção uniforme $p=1$ o pórtico do exemplo apresenta um diagrama de momentos aproximado igual ao da fig. 3.3.

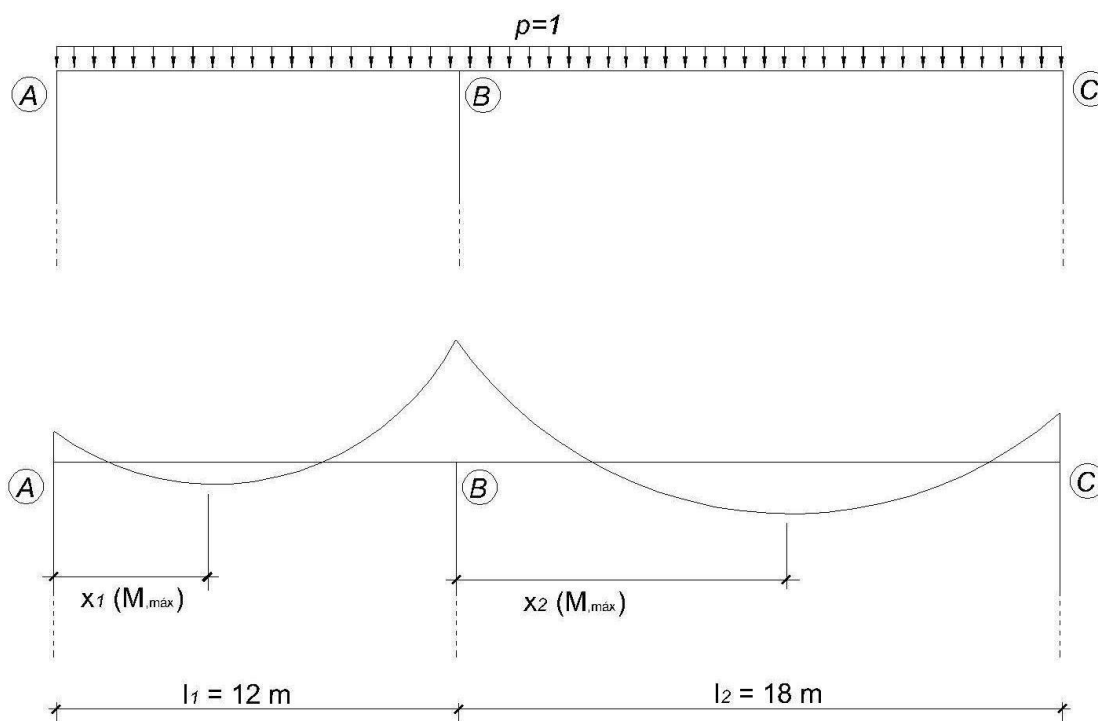


Fig.3.3 – As coordenadas x são adoptadas como pontos de flecha máxima dos cabos nos vãos (40% de AB e 60% de BC).

Em que podemos considerar x_1 aproximadamente 40% de l_1 e x_2 aproximadamente 60% de l_2 (coordenadas de pontos de momento máximo nos vãos). O traçado dos cabos deve ser concordante com o diagrama de momentos de modo a que a sua acção contrarie o melhor possível a acção exterior.

Se os cabos forem introduzidos na horizontal ao nível do CG nos apoios A e C, passando pelo nó B na horizontal a 7 cm do bordo, e ainda nos vãos AB e BC também na horizontal nos pontos de flecha máxima, podemos considerar estes cinco pontos como pontos notáveis. Teremos ainda dois pontos de inflexão em cada vão, como se pode ver na fig. 3.4 e que iremos também considerar como notáveis. Estes pontos notáveis irão ser numerados de 1 a 9. Os tramos de concordância (1-2, 4-5, 5-6, 8-9), destinados a suavizar as inflexões bruscas dos cabos, deverão ter uma dimensão aproximada de 10% do vão.

Note-se que enquanto no vão BC o ponto de flecha máxima do cabo coincide com a máxima possível aproximação do bordo, no vão AB atendendo a que teremos um momento no vão muito menor também deveremos ter uma flecha muito menor. O valor adoptado para essa flecha, neste exemplo, foi determinado por tentativas.

Se considerarmos as cotas verticais dos pontos em relação ao bordo inferior, fixando os valores onde a cota do traçado é máxima/ mínima em cada tramo (y_3, y_5, y_7) e sabendo as cotas dos pontos de origem dos cabos (y_1, y_9) podemos determinar os pontos de inflexão das parábolas da seguinte forma:

$$y_1=0,225m ; y_3=0,185m ; y_5=0,48m ; y_7=0,07m ; y_9=0,225m$$

$$y_2 = 0,225 - (0,225 - 0,185) * 1,2/4,8 = 0,225 - 0,01 = 0,215m$$

$$y_4 = 0,48 - (0,48 - 0,185) * 1,2/7,2 = 0,48 - 0,049 = 0,431m$$

$$y_6 = 0,48 - (0,48 - 0,07) * 1,8/10,8 = 0,48 - 0,068 = 0,412m$$

$$y_8 = 0,225 - (0,225 - 0,07) * 1,8/7,2 = 0,225 - 0,03875 = 0,18625m$$

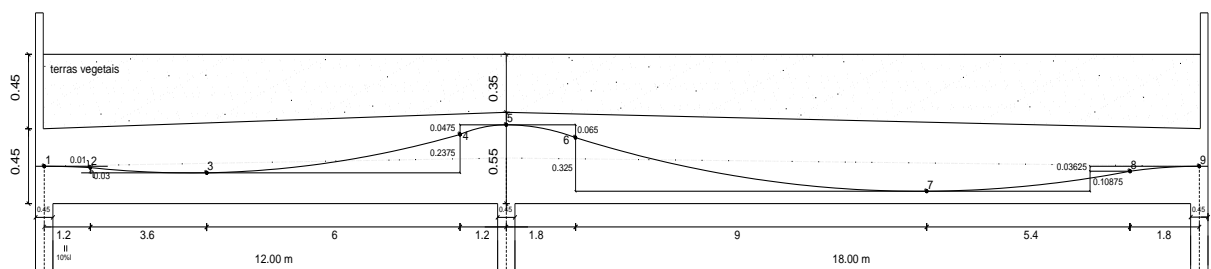


Fig.3.4 – Traçado dos cabos adoptado.



3.2. QUANTIFICAÇÃO DAS ACÇÕES

3.2. 1. – Acções exteriores actuantes na estrutura.

Cargas permanentes (G_k):

- Laje de betão (B35) de altura variável $[0.45;0.55]$ $\gamma = 25KN / m^3$

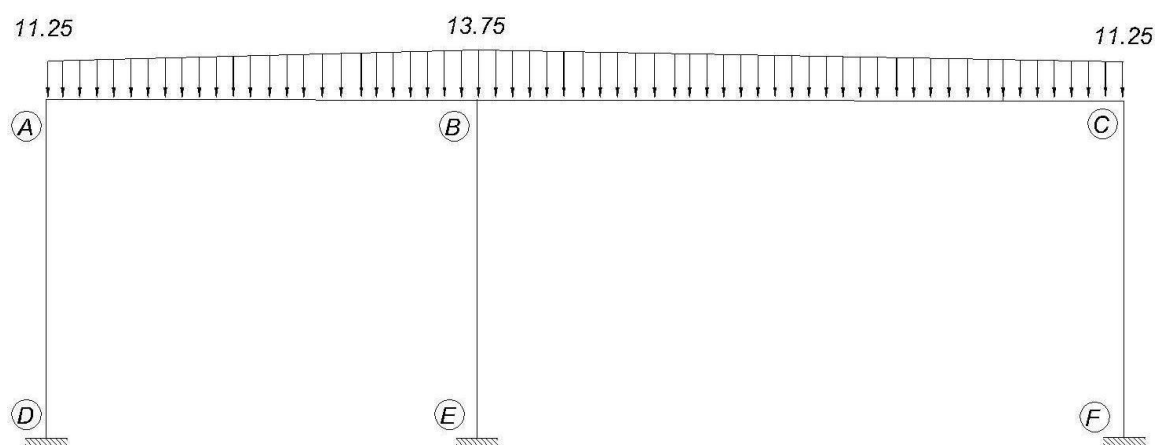


Fig.3.5 – Diagrama de cargas devido ao Peso Próprio da Estrutura.

- Terras Vegetais de altura variável $[0.45;0.35]$ $\gamma_{sat} = 18KN / m^3$

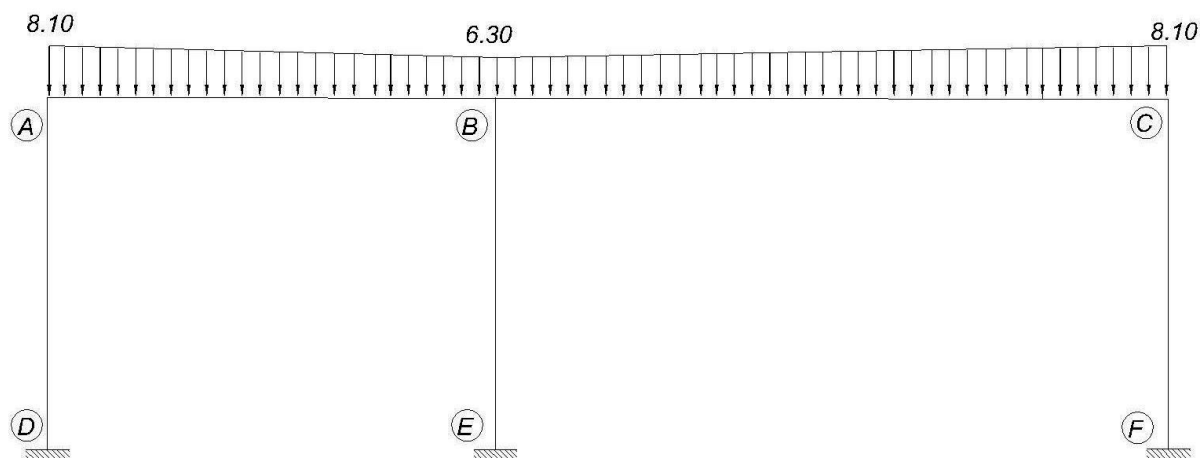


Fig.3.6 – Diagrama de Cargas devido à terra vegetal.

Cargas variáveis (q_k):

- Sobrecarga – A sobrecarga adoptado foi de $2,0 \text{ kN/m}^2$ (R.S.A.) uma vez que se trata de uma cobertura acessível. Os coeficientes de minoração da sobrecarga adoptados, para o de cálculo de combinações de acções, foram de $\psi_0 = 0.4$; $\psi_1 = 0.3$ e $\psi_2 = 0.2$ de acordo com o artigo 35.2 do R.S.A.

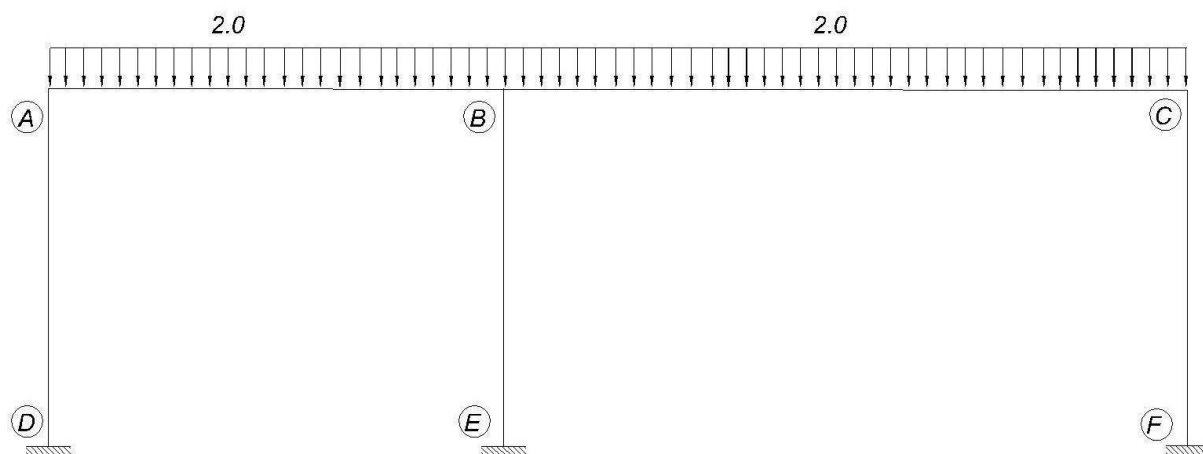


Fig.3.7 – Diagrama da sobrecarga de projecto.

3.2.2. – Definição das acções equivalentes originadas pelos cabos de pré-esforço sobre a estrutura em fase 0 e infinito, isto é, com P_0 e P_∞ .

$$w_{P_e}^{1-2} = 8 * P_E * (0,225 - 0,215) / (2 * 1,2)^2 ; \quad \text{se } P_E = P_0 ; \quad w_{P_e}^{1-2} = 34,7 \text{ kN/m}$$

$$\text{se } P_E = P_\infty ; \quad w_{P_e}^{1-2} = 30,6 \text{ kN/m}$$

$$w_{P_e}^{2-3} = 8 * P_E * (0,215 - 0,185) / (2 * 3,6)^2 ; \quad \text{se } P_E = P_0 ; \quad w_{P_e}^{2-3} = 11,6 \text{ kN/m}$$

$$\text{se } P_E = P_\infty ; \quad w_{P_e}^{2-3} = 10,2 \text{ kN}$$

$$w_{P_e}^{3-4} = 8 * P_E * (0,431 - 0,185) / (2 * 6)^2 ; \quad \text{se } P_E = P_0 ; \quad w_{P_e}^{3-4} = 34,2 \text{ kN/m}$$

$$\text{se } P_E = P_\infty ; \quad w_{P_e}^{3-4} = 30,1 \text{ kN/m}$$



$$w_{P_e}^{4-5} = 8 * P_E * (0,48 - 0,431)/(2 * 1,2)^2 ; \quad \text{se } P_E = P_0 ; w_{P_e}^{4-5} = 170,1 \text{ kN/m}$$

$$\text{se } P_E = P_\infty ; w_{P_e}^{4-5} = 149,7 \text{ kN/m}$$

$$w_{P_e}^{5-6} = 8 * P_E * (0,48 - 0,412)/(2 * 1,8)^2 ; \quad \text{se } P_E = P_0 ; w_{P_e}^{5-6} = 104,9 \text{ kN/m}$$

$$\text{se } P_E = P_\infty ; w_{P_e}^{5-6} = 92,3 \text{ kN/m}$$

$$w_{P_e}^{6-7} = 8 * P_E * (0,412 - 0,07)/(2 * 9)^2 ; \quad \text{se } P_E = P_0 ; w_{P_e}^{6-7} = 21,1 \text{ kN/m}$$

$$\text{se } P_E = P_\infty ; w_{P_e}^{6-7} = 18,6 \text{ kN/m}$$

$$w_{P_e}^{7-8} = 8 * P_E * (0,18625 - 0,07)/(2 * 5,4)^2 ; \quad \text{se } P_E = P_0 ; w_{P_e}^{7-8} = 19,9 \text{ kN/m}$$

$$\text{se } P_E = P_\infty ; w_{P_e}^{7-8} = 17,5 \text{ kN/m}$$

$$w_{P_e}^{8-9} = 8 * P_E * (0,225 - 0,18625)/(2 * 1,8)^2 ; \quad \text{se } P_E = P_0 ; w_{P_e}^{8-9} = 59,8 \text{ kN/m}$$

$$\text{se } P_E = P_\infty ; w_{P_e}^{8-9} = 52,6 \text{ kN/m}$$

De seguida são apresentadas as cargas equivalentes do pré-esforço P_0 e P_{inf} .

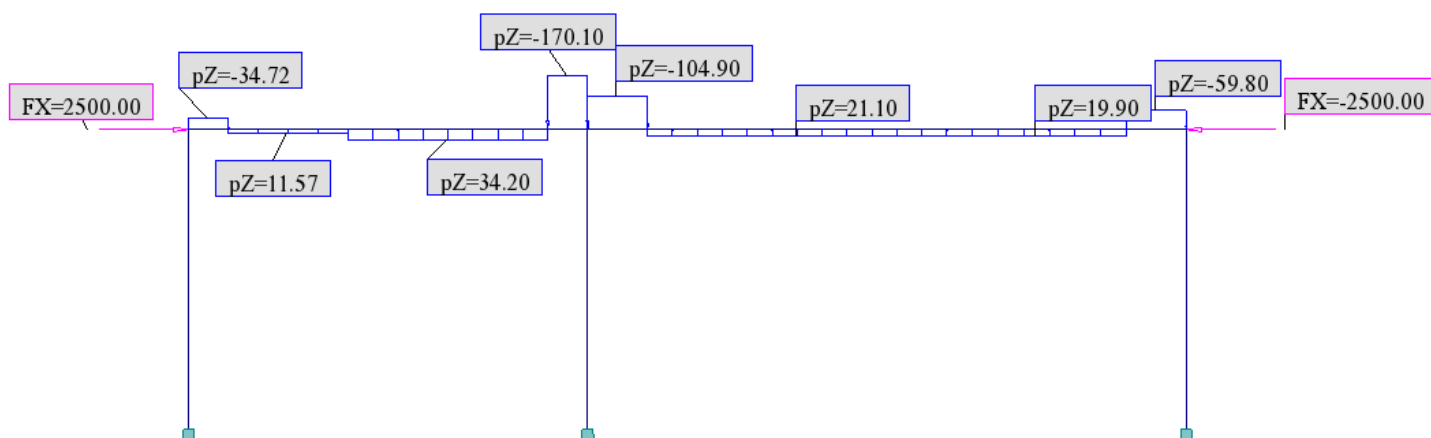


Fig.3.8 – Cargas equivalentes referentes ao pré-esforço em fase 0.

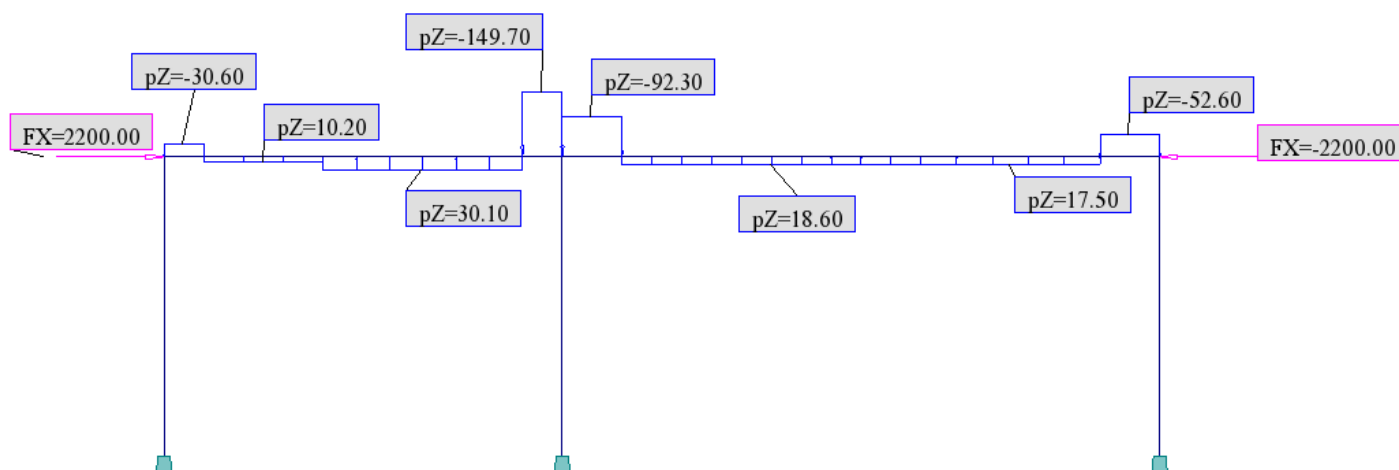


Fig.3.9 – Cargas equivalentes referentes ao pré-esforço em fase infinito.

Uma vez que as acções equivalentes do pré-esforço são auto-equilibradas se fizermos o somatório das forças resultantes das cargas equivalentes este terá que ser 0.

$$34.7 \times 1.2 + 170.1 \times 1.2 + 104.9 \times 1.8 + 59.8 \times 1.8 = 11.6 \times 3.6 + 34.2 \times 6 + 21.1 \times 9 + 19.9 \times 5.4$$

$$542 \cong 544$$

3.3. DIAGRAMAS DE DEFORMAÇÕES E DE ESFORÇOS NECESSÁRIOS PARA O DIMENSIONAMENTO

Fazendo actuar sobre a estrutura as solicitações e recorrendo a um programa de cálculo (Robot), obtivemos os seguintes resultados.

a) Deformadas da estrutura sujeitas às cargas não balançadas:

Neste caso, considerou-se a estrutura encastrada nas fundações num primeiro caso e rotulada nas fundações num segundo caso, com o objectivo de se obter os diagramas de esforços mais desfavoráveis, atendendo a que a situação real se situa entre as duas hipóteses.

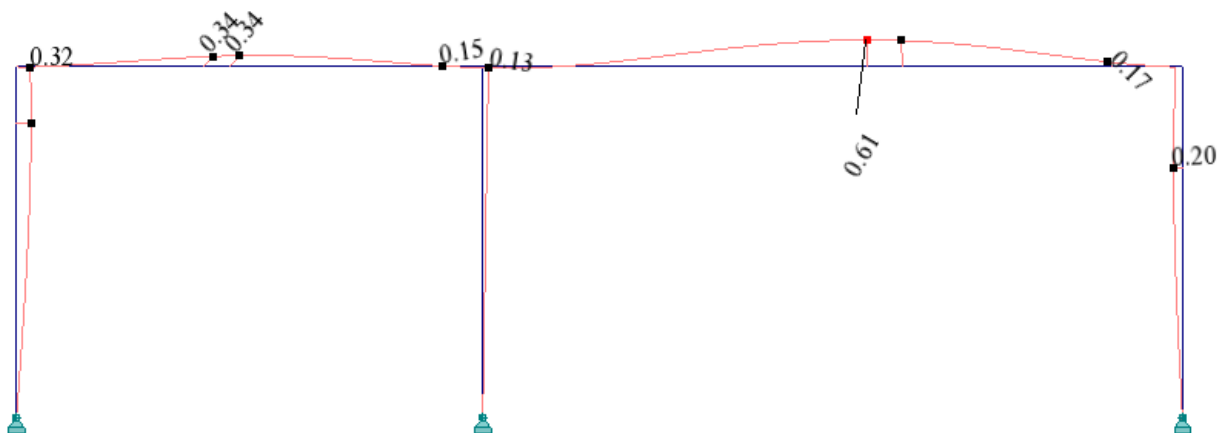


Fig.3.10 – Deformada em fase 0 com $E=32$ GPa (Estrutura rotulada) $[G_{pp}+P_0]$.

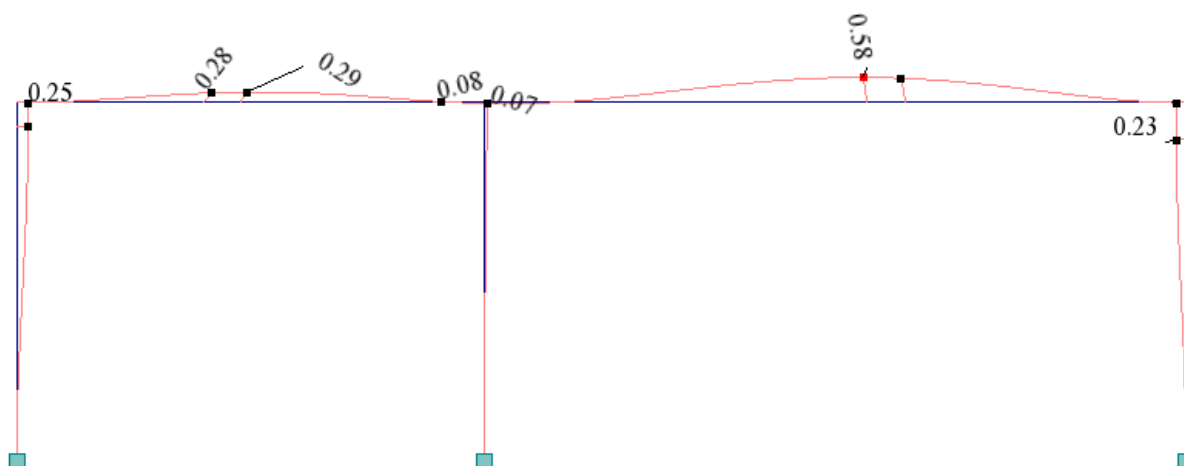


Fig.3.11 – Deformada em fase 0 com $E=32$ GPa (Estrutura encastrada) $[G_{pp}+P_0]$.

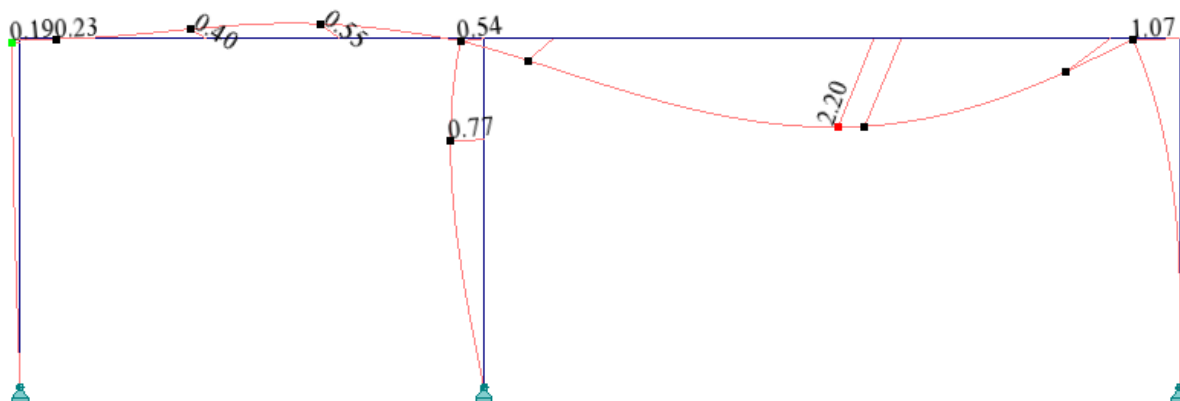


Fig.3.12 – Deformada em fase infinito com E=15GPa (Estrutura rotulada) [Gpp+Gpt+Qs+P_∞].

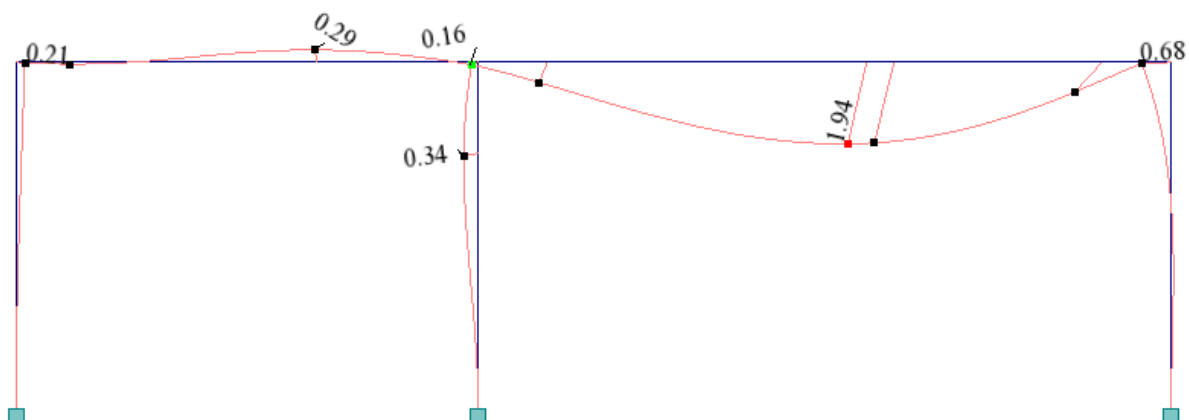


Fig.3.13 – Deformada em fase infinito com E=15GPa (Estrutura encastrada) [Gpp+Gpt+Qs+P_∞].

Controlo de deformações: $\frac{f}{l} = \frac{2.20}{1800} \cong \frac{1}{900}$ (O.K.)

Atendendo à forte armadura passiva adoptada podemos admitir uma fluência reduzida e considerar um módulo de elasticidade em fase infinito de 15 GPa.



b) Diagramas de Momentos das cargas não balanceadas para as diversas fases:

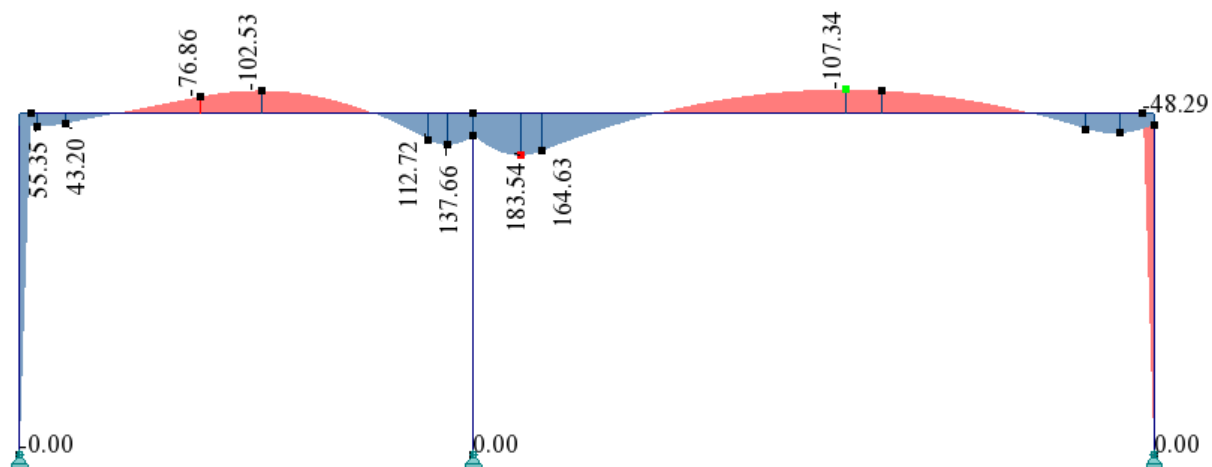


Fig.3.14 – Diagrama de Momentos fase 0 (Estrutura rotulada) $[G_{pp}+P_0]$.

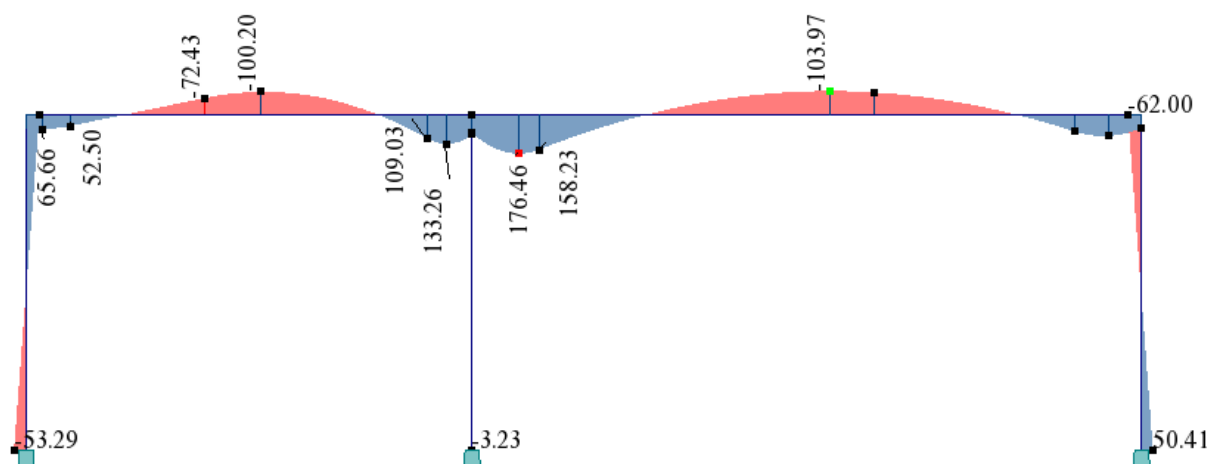


Fig.3.15 – Diagrama de Momentos fase 0 (Estrutura encastrada) $[G_{pp}+P_0]$.

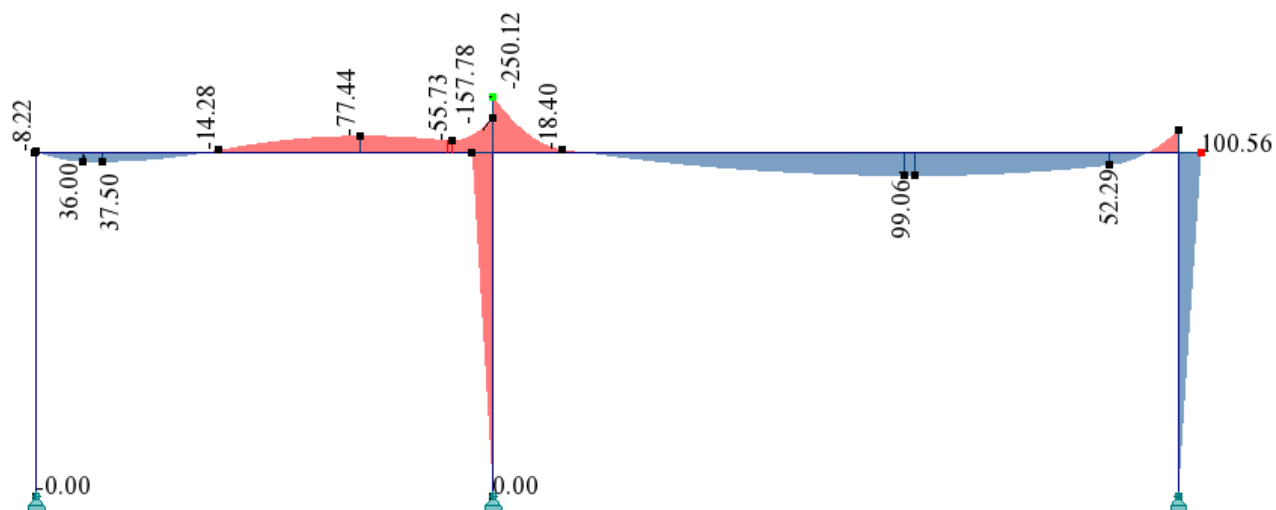


Fig.3.16 – Diagrama de Momentos fase infinito (Estrutura rotulada) [G_{pp}+G_{pt}+Q_s+ P_∞].

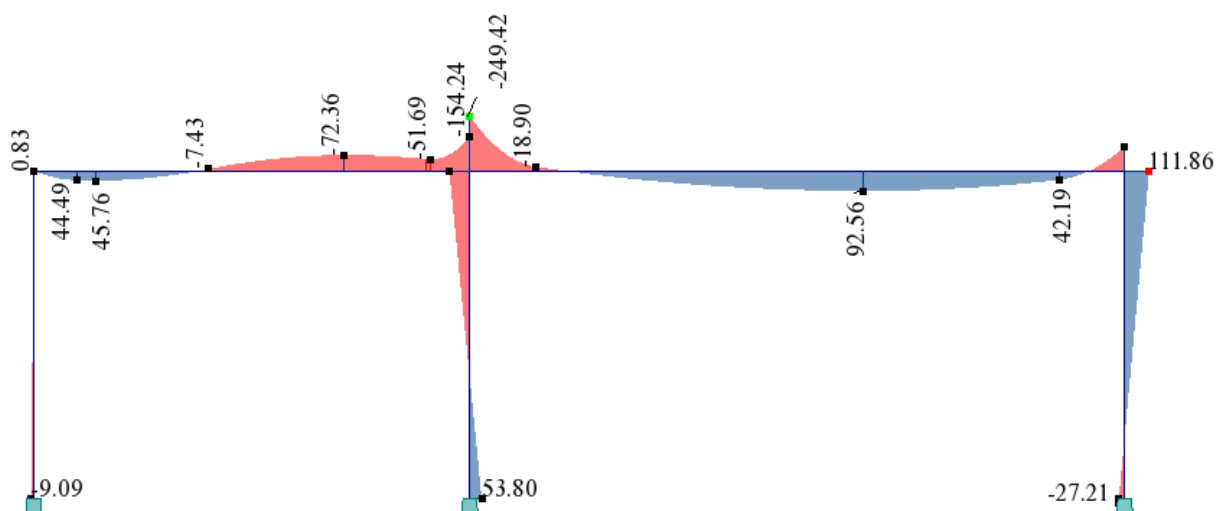


Fig.3.17 – Diagrama de Momentos fase infinito (Estrutura encastrada) [G_{pp}+G_{pt}+Q_s+ P_∞].

	Apoio A	Vão AB	Apoio B	Vão BC	Apoio C
M _{max} ⁻	-8	-103	-250	-107	-112
M _{max} ⁺	66	46	184	99	62

Quadro 3.1 – Momentos máximos e mínimos nos apoios e nos vãos.



c) Diagrama de momentos MM de cada acção exterior para preenchimento da folha de cálculo.

Nas figuras abaixo encontram-se representados os diagramas de momentos flectores unicamente devido ao peso próprio, às sobrecargas e à terra vegetal.

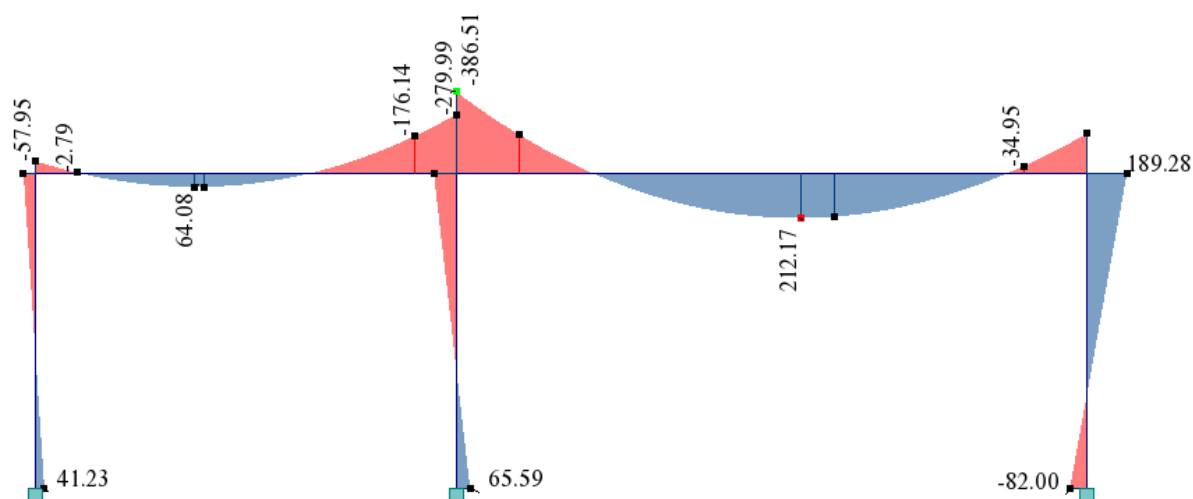


Fig.3.22 – Diagrama de momentos devido ao peso próprio (Estrutura encastrada) [G_{pp}].

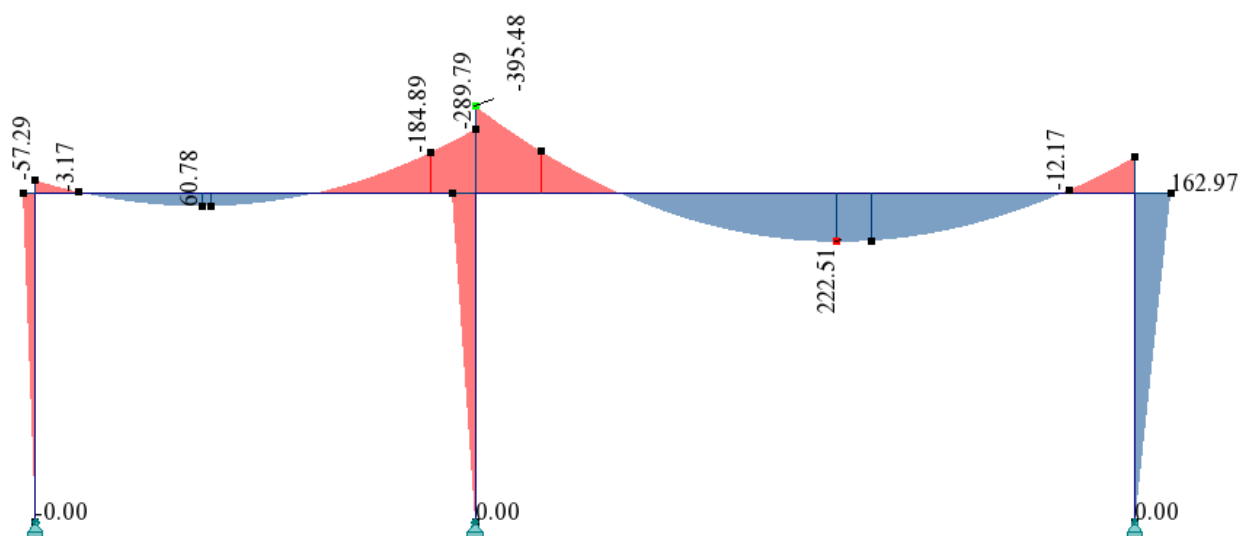


Fig.3.23 – Diagrama de momentos devido ao peso próprio (Estrutura rotulada) [G_{pp}].

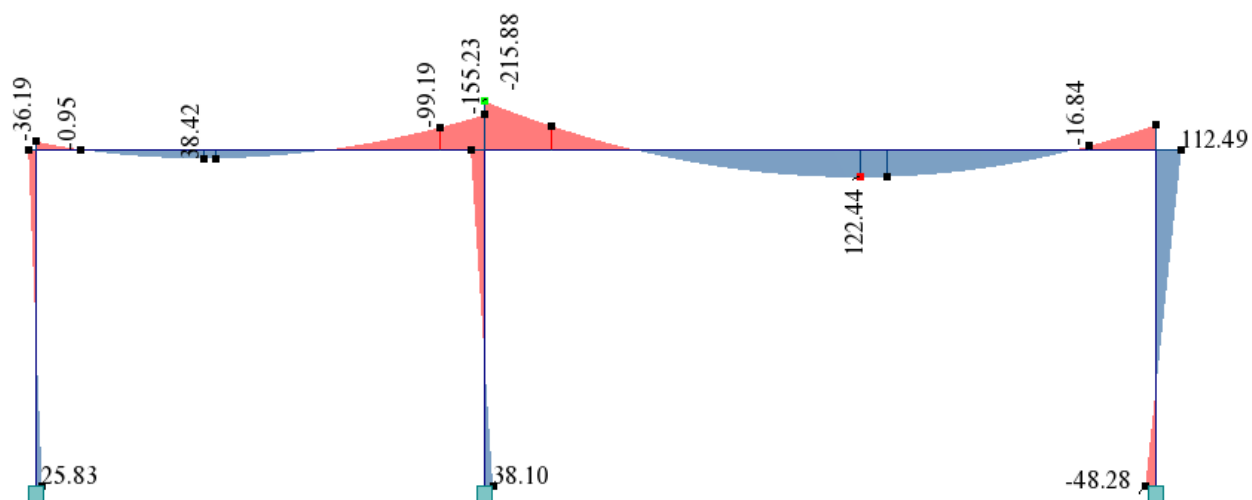


Fig.3.24 – Diagrama de momentos devido à terra vegetal (Estrutura encastrada) [G_{pt}].

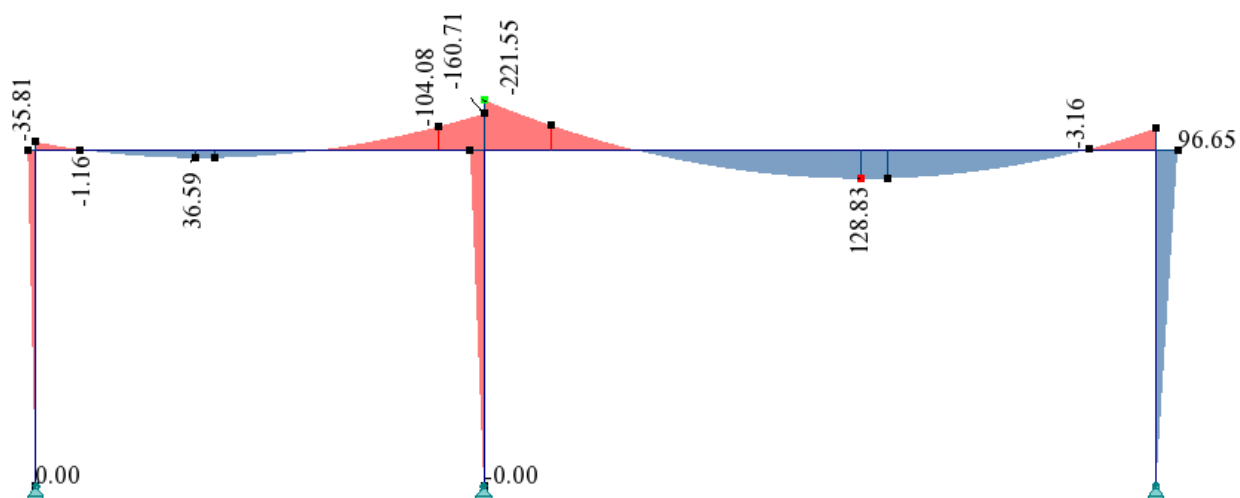


Fig.3.25 – Diagrama de momentos devido à terra vegetal (Estrutura rotulada) [G_{pt}].

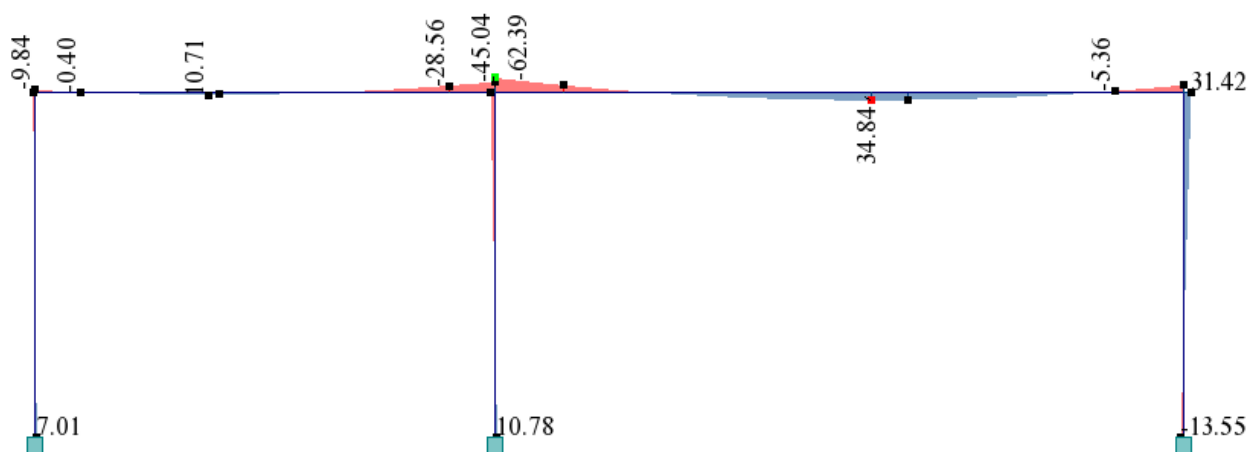


Fig.3.26 – Diagrama de momentos devido à sobrecarga (Estrutura encastrada) [Q_s].

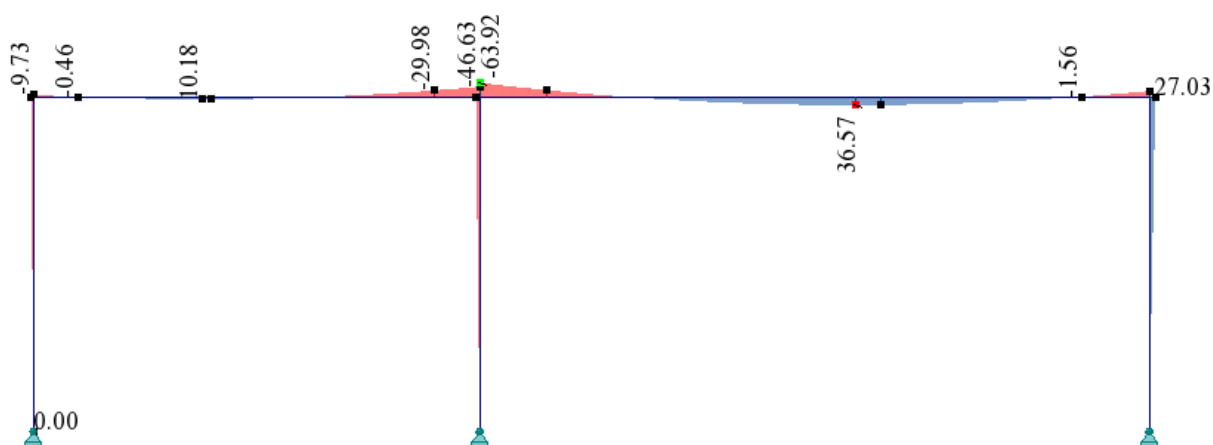


Fig.3.27 – Diagrama de momentos devido à sobrecarga (Estrutura rotulada) [Q_s].

No quadro abaixo encontram-se representados os valores dos momentos flectores obtidos para cada caso de carga nos pontos notáveis da laje. No caso da sobrecarga os valores representados neste quadro dizem respeito a uma sobrecarga unitária uma vez que no programa é possível controlar o valor da sobrecarga.



	Encastrado			Rotulado		
	PP	PTv	Sob	PP	PTv	Sob
1	-58,0	-36,2	-9,8	-57,3	-35,8	-9,7
2	-2,8	-1,0	-0,4	-3,2	-1,2	-0,5
3	64,1	38,4	10,7	60,8	36,6	10,2
4	-176,1	-99,2	-28,6	-184,9	-104,1	-30,0
5	-386,5	-215,9	-62,4	-395,5	-221,6	-63,9
6	-183,2	-106,2	-30,1	-188,6	-109,8	-31,1
7	212,2	122,5	34,8	222,5	128,8	36,6
8	-35,0	-16,8	-5,4	-12,2	-3,2	-1,6
9	-189,3	-112,5	31,4	-162,7	-96,6	-27,0

No quadro abaixo são apresentados os valores máximos e mínimos obtidos, que serão introduzidos no programa de cálculo. Note-se que a sobrecarga a inserir no programa de cálculo diz respeito a uma carga de 1 kN/m.

	PP	PTv	Sob
1	-58,0	-36,2	-9,8
2	-3,2	-1,2	-0,5
3	64,1	38,4	10,7
4	-184,9	-104,1	-30,0
5	-395,5	-221,6	-63,9
6	-188,6	-109,8	-31,1
7	222,5	128,8	36,6
8	-35,0	-16,8	-5,4
9	-189,3	-112,5	31,4



- d) Diagrama de momentos devido às acções equivalentes do Pré-esforço, M_{PE}^{totais} , e dos momentos primários do pré-esforço, M_{PE}^{prim} , para determinação dos momentos secundários de pré-esforço, M_{PE}^{sec} .

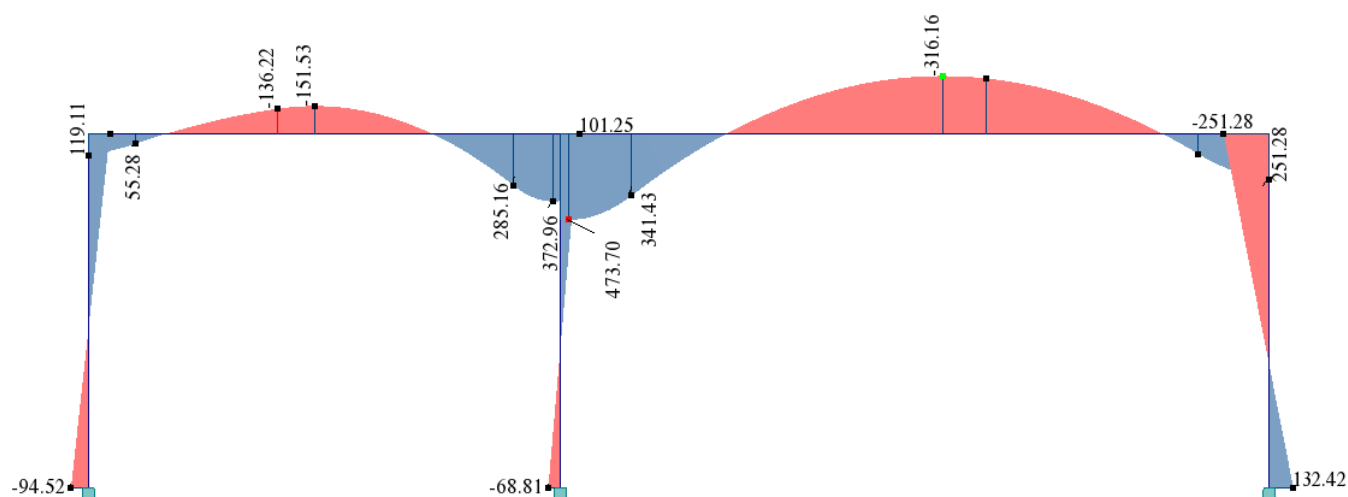


Fig.3.28 – Diagrama de M_{PE}^{totais} com um PE em fase 0 (Estrutura encastrada).

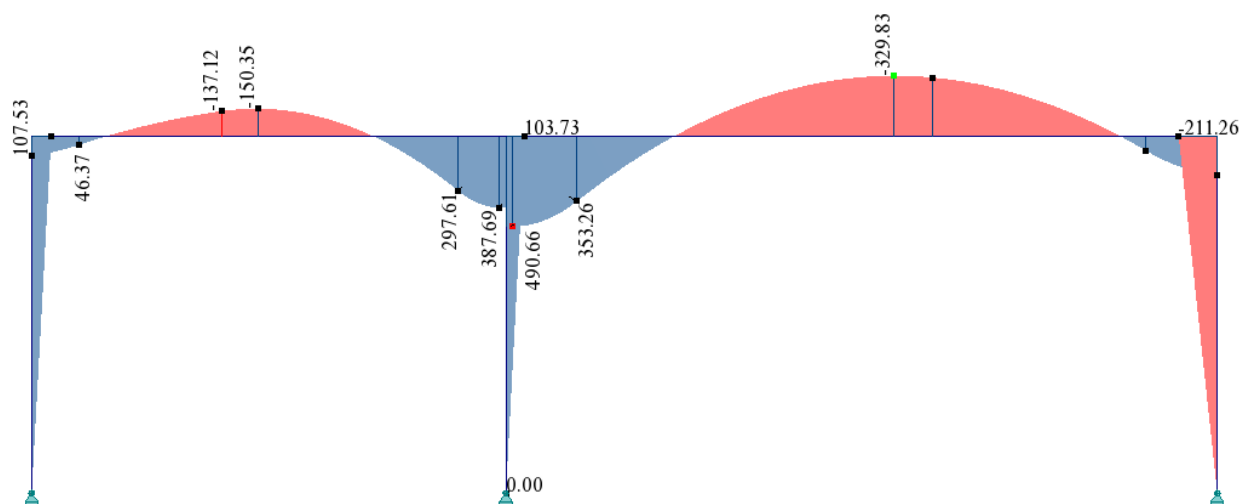


Fig.3.29 – Diagrama de M_{PE}^{totais} com um PE em fase 0 (Estrutura rotulada).

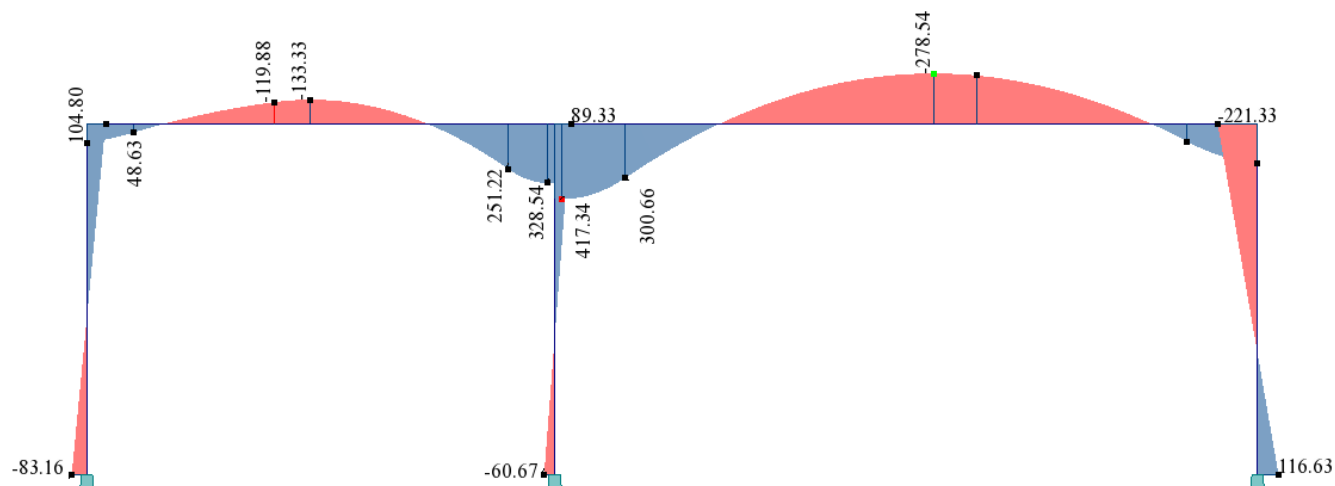


Fig.3.30 – Diagrama de M_{PE}^{totais} com um PE em fase infinito (Estrutura encastrada).

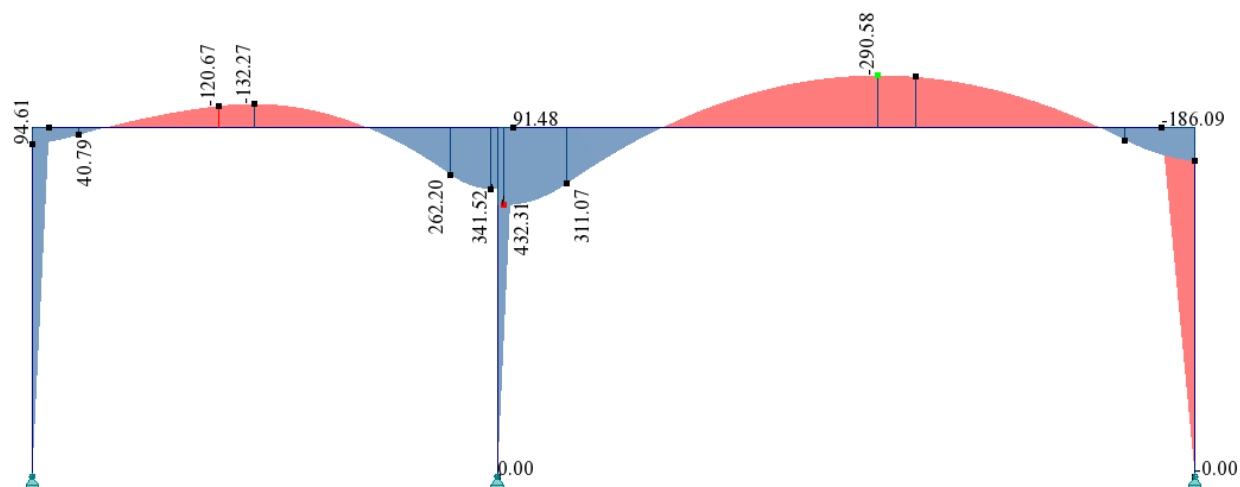
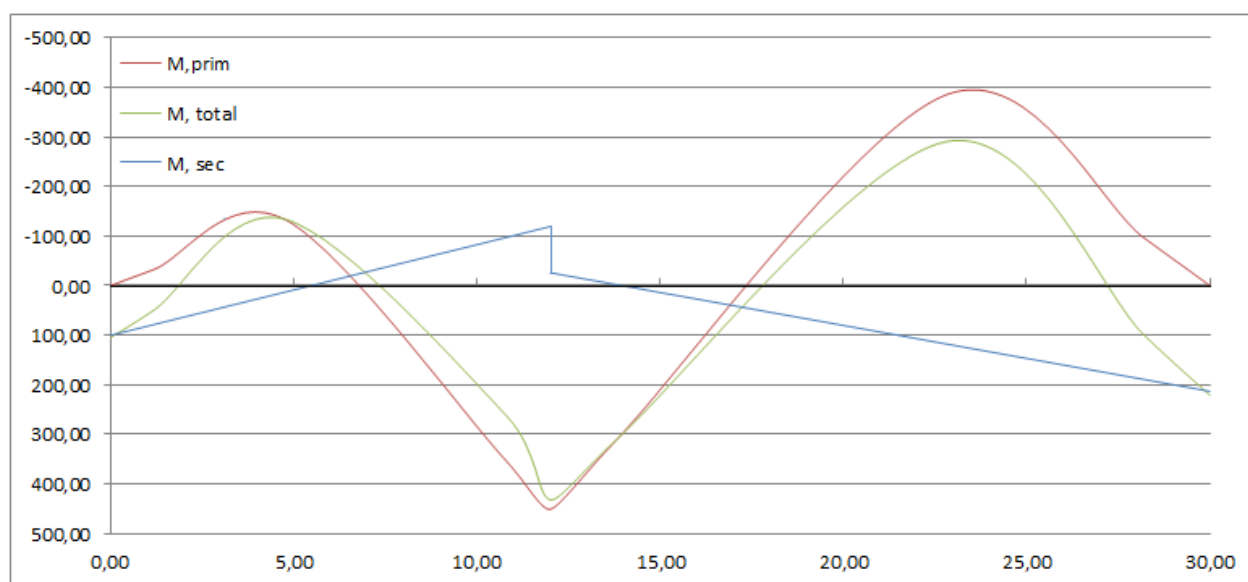


Fig.3.31 – Diagrama de M_{PE}^{totais} com um PE em fase infinito (Estrutura rotulada).

De seguida, é necessário determinar os momentos primários (ou isostáticos) e os momentos secundários (ou hiperstáticos) da estrutura.



	M_{PE}^0	M_{PE}^∞	M iso,0	M iso,inf	M hip 0	M hip, inf
1	119,1	104,8	0,0	0,0	119,1	104,8
2	55,3	48,6	-37,5	-33,0	92,8	81,6
3	-151,2	-133,3	-150,0	-132,0	-1,2	-1,3
4	297,6	262,2	402,1	353,8	-104,5	-91,6
5	490,7	432,2	512,5	451,0	-21,8	-18,8
6	353,3	311,1	354,2	311,7	-0,9	-0,6
7	-329,8	-290,6	-437,5	-385,0	107,7	94,4
8	112,8	99,3	-109,4	-96,3	222,1	195,6
9	251,3	221,3	0,0	0,0	251,3	221,3

Fig.3.32 – Diagramas de momentos M_{PE}^∞ totais, primários e secundários.



e) Diagramas de esforço transversal devidos às cargas não balanceadas (acções exteriores totais – acções equivalentes do pré – esforço)

O esforço transversal devido às acções equivalentes do pré – esforço inclui, neste caso, quer a parcela isostática ($PE \cdot \sin \alpha$) quer a parcela hiperstática.

Do lado da segurança consideramos os valores do pré – esforço majorados dos coeficientes de segurança 0,9 ou 1,30, adoptando os valores resultantes mais desfavoráveis.

Sendo assim temos:

$$V_{sd} = \text{máximo de } (1,5 \cdot V_s + 0,9 \cdot V_{pe}) \text{ ou } (1,5 \cdot V_s + 1,3 \cdot V_{pe})$$

Apresentam-se a seguir os diagramas e os resumos em fase 0 e infinito, com apoios articulados ou encastrados.

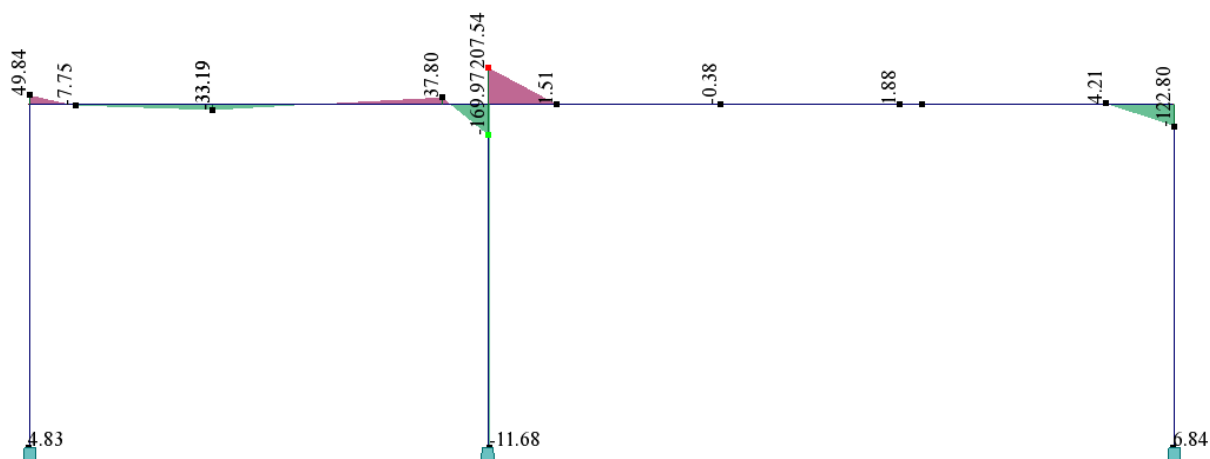


Fig.3.33 – Diagramas de Esforço Transverso em fase 0 encastrado $[0.9V_{pe}]$.

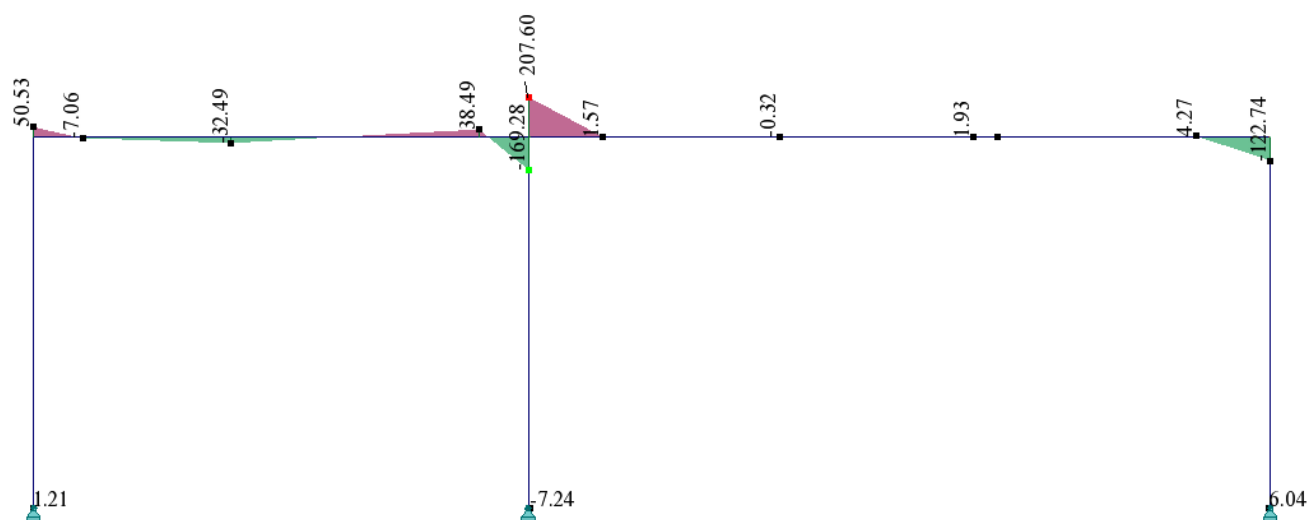


Fig.3.34 – Diagramas de Esforço Transverso em fase 0 rotulado $[0.9V_{PE}]$.

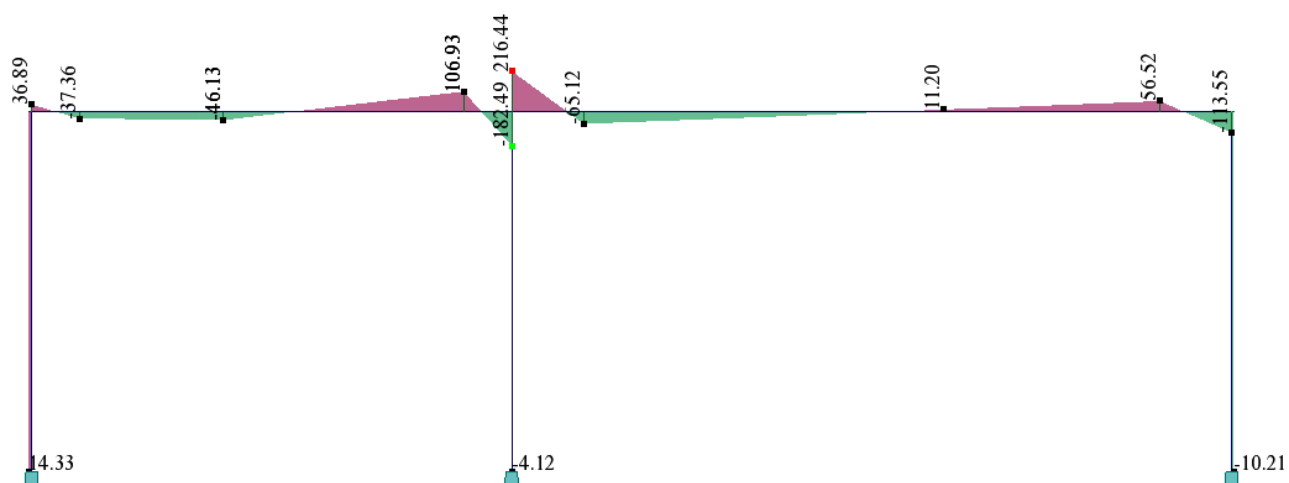


Fig.3.35 – Diagramas de Esforço Transverso em fase 0 encastrado $[1.3V_{PE}]$.

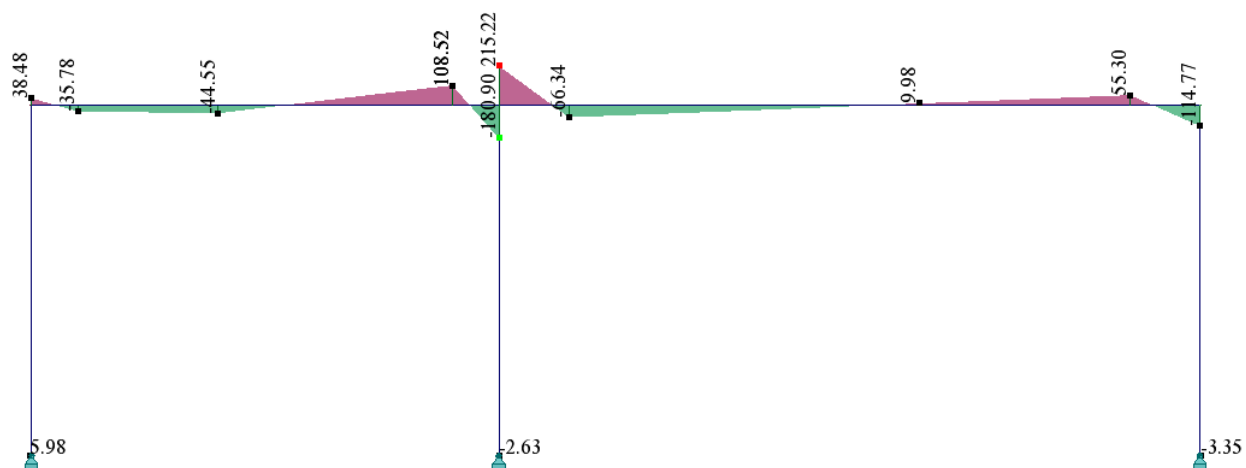


Fig.3.36 – Diagramas de Esforço Transverso em fase 0 rotulado $[1.3V_{PE}]$.

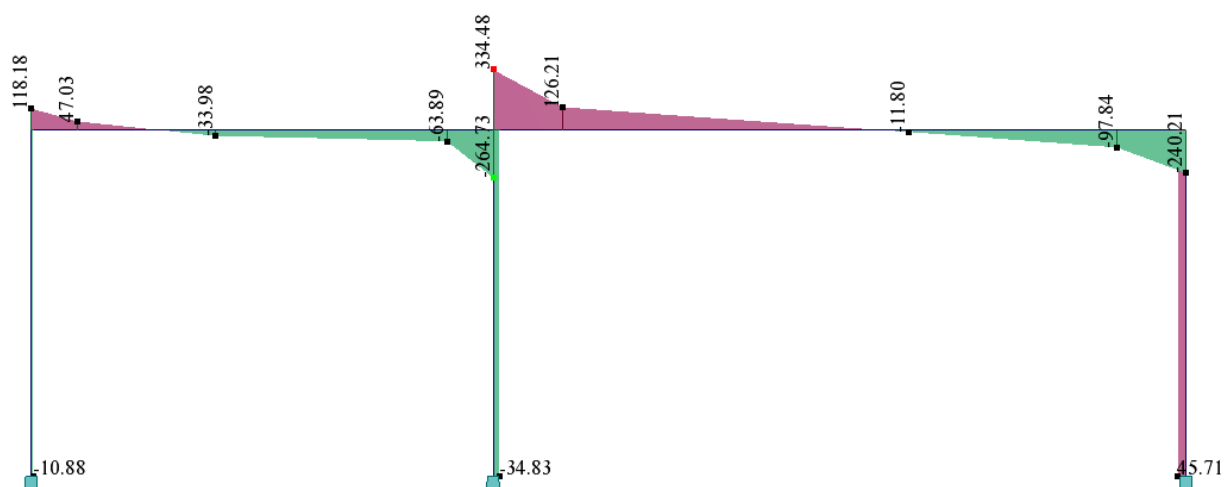


Fig.3.37 – Diagramas de Esforço Transverso em fase infinito encastrado $[0.9V_{PE}]$.

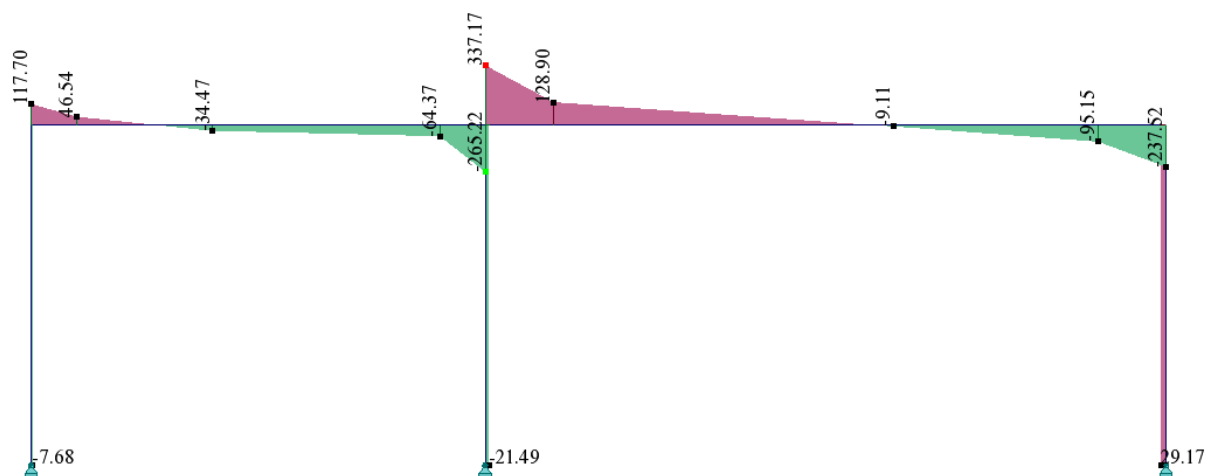


Fig.3.38 – Diagramas de Esforço Transverso em fase infinito rotulado $[0.9V_{PE}]$.

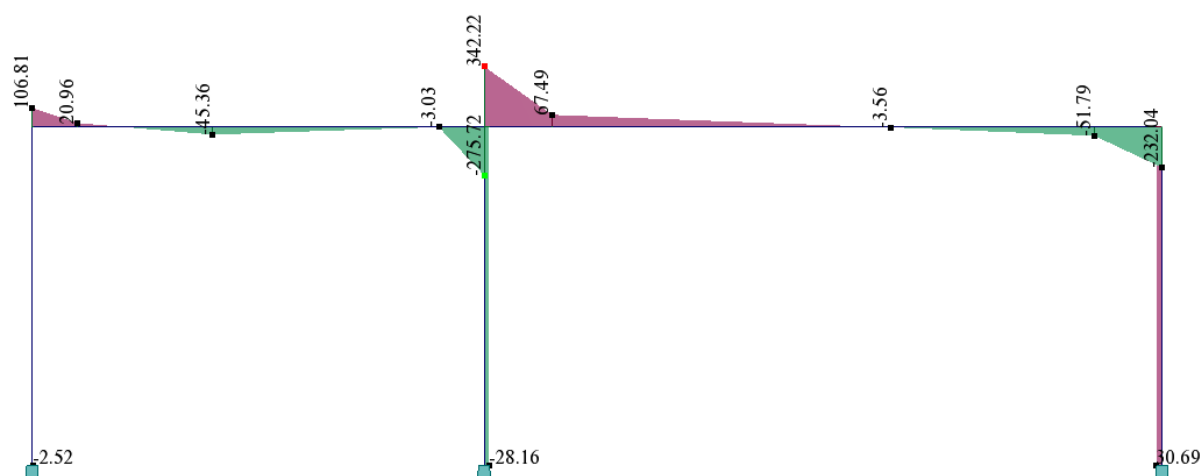


Fig.3.39 – Diagramas de Esforço Transverso em fase infinito encastrado $[1.3V_{PE}]$.

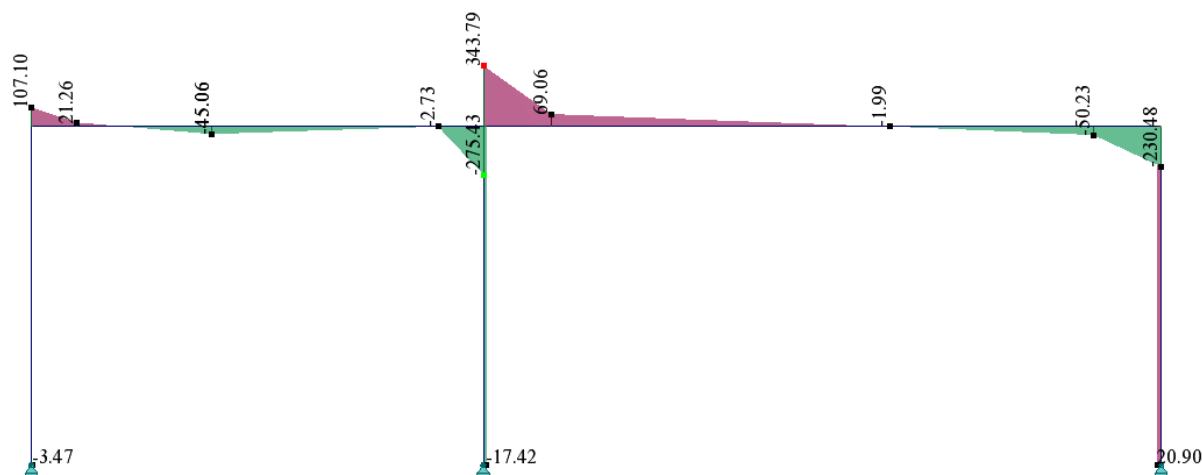


Fig.3.40 – Diagramas de Esforço Transverso em fase infinito rotulado [$1.3V_{PE}$].

	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Y6	Y7	Y8	Y9
$V_{m\acute{a}x}$	118	47	46	109	344	129	12	98	240

Quadro 3.2 – Valores de esforço transverso máximo em cada secção (kN).

3.4. PRÉ-DIMENSIONAMENTO DAS ARMADURAS PASSIVAS E DAS PAREDES

3.4.1. Pré-Dimensionamento das armaduras passivas

Considerando um momento máximo majorado de 375 kNm/m (1.5×250) (ver quadro 3.1) procedeu-se ao dimensionamento das armaduras longitudinais através das equações de equilíbrio de translação e de rotação na secção, utilizando o diagrama rectangular simplificado de tensões para determinar a resultante de compressão e respectivo ponto de aplicação.

Considerando uma força útil no cabo de 2200 kN, é possível determinar a força excedentária que ainda pode ser mobilizada pelo mesmo:

$$P_{max} = 837/0.30 = 2790 \text{ kN}$$

$$(2790 - 2200)/1.15 = 513 \text{ kN}$$

Fazendo o equilíbrio de forças, $F_c = F_s + F_p$, em que:

$$F_c = 0.8x \times 1.0 \times 0.85 \times \frac{30000}{1.5}; \quad F_s = A_s \times 34800; \quad F_p = 513$$



Fazendo o equilíbrio de momentos em F_s :

$$375 = F_p(0.07 - 0.058) + F_c(0.55 - 0.058 - 0.4x)$$

Obtém-se:

$$A_s = 7.86 \text{ cm}^2; \quad x = 0.058 \text{ m}; \quad F_c = 789 \text{ kN}; \quad F_s = 274 \text{ kN}$$

Resultando na escolha de 4 $\phi 16$ por metro como solução de pré-dimensionamento.

Outra forma de realizar o pré-dimensionamento é calculando a armadura necessária para resistir ao momento M_{sd} originado pelas cargas não balanceadas desprezando a força excedentária da armadura de pré-esforço. Este pré-dimensionamento não tem que ter um grande rigor uma vez que a solução será refinada na folha de cálculo.

3.4.2. Dimensionamento das paredes do portico (D-A , E-B , F-C)

De 3.3. b) e da fig. 3.41 obtemos os seguintes esforços para o dimensionamento das paredes

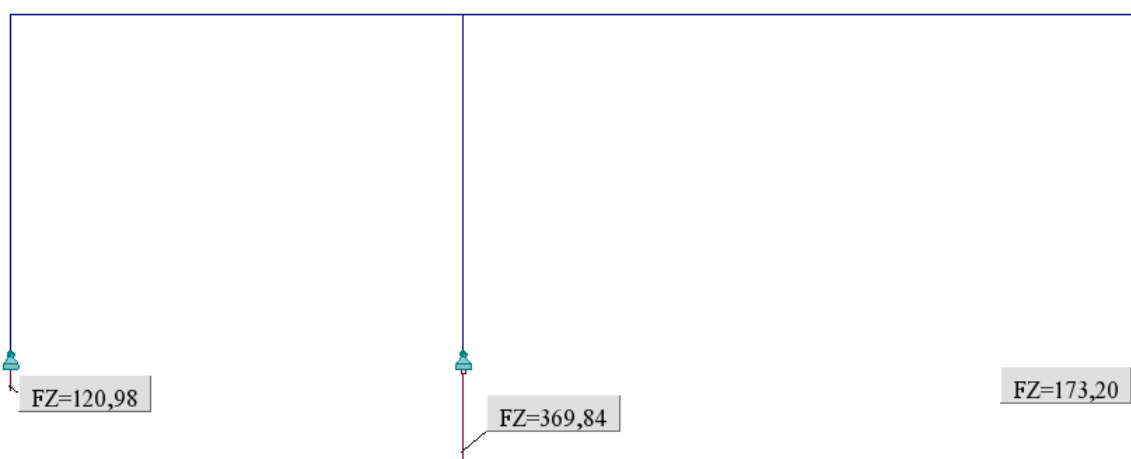


Fig.3.41 – Reacções nos apoios, em fase 0 (estrutura rotulada) $[G_{pp} + G_{pt} + Q_s + P_0]$.

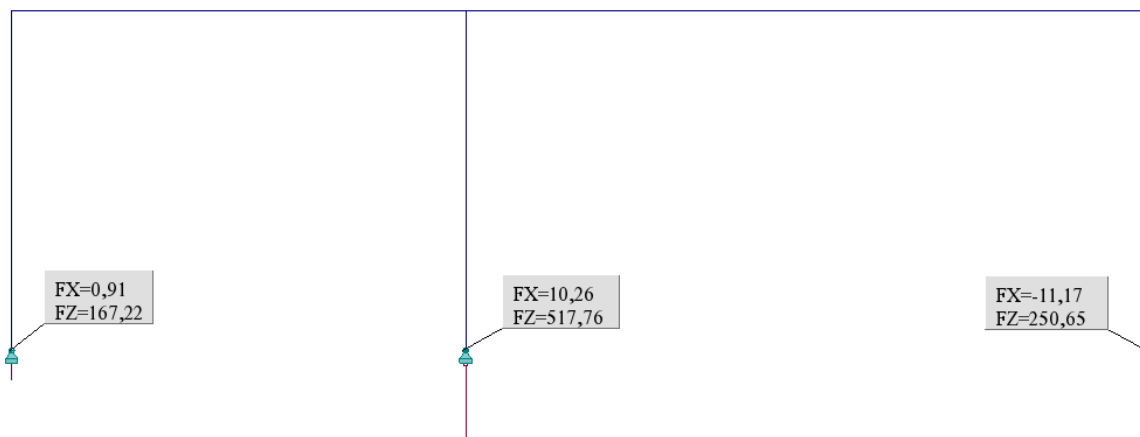


Fig.3.42 – Reacções nos apoios, em fase infinito (estrutura rotulada) $[G_{pp}+G_{pt}+Q_s+P_{\infty}]$.

Parede	Fase 0			Fase Infinito		
	N ₀	M _{ax}	M _{bx}	N _{inf}	M _{ax}	M _{bx}
D-A	121	66	-53	167	44	-10
E-B	370	46	-3	518	95	-54
F-C	173	62	-50	251	112	-27

Quadro 3.3 – Reacções nas Paredes.

Recorrendo a uma folha de cálculo dimensionam-se as paredes. De seguida é apresentado um excerto da folha de cálculo onde se faz a verificação da parede E-B em Fase infinito.



Ref	Delta	Parede	Fase inf	Piso	zona	barra		
h tot =		sum N =		sum EI =	exp artº58 =	#DIV/0!	$\eta = 0,2$	
n =							n.fix.1;n.mov.2	1

Parede	E-B	Betão	B35	Aço	A400
--------	-----	-------	-----	-----	------

seccao	a(n.xx)	b	comp.teor	l	r.giraç.	ix	(m)
	0,45	1,00		9,00		0,13	

Comprimento de encurvadura L0

Ação segundo yy no superior

	a(h)	b(b)	L	IE/L	Σ
viga esq				0	
viga dir				0	0
pilar sup				0	α
pilar inf	0,45	1,00	9,00	27000	27000 1,00

no inferior

	a(h)	b(b)	L	IE/L	Σ
viga esq				0	
viga dir				0	0
pilar sup	0,45	1,00	9,00	27000	α
pilar inf				0	27000 1,00

$\eta = 0,80$

L0 = 7,20

parede c/ reforço nos 2 topos ($\geq 3^a$) ref.(0,1,2) =2
parede c/ reforço num topo ($\geq 3^a$) ref.(0,1,2) =1
parede s/ reforços nos topos ref.(0,1,2) =0

L0 = 1,25

esforços

N	518
Max	95
Mbx	-54

%p.perm

nota: M_a>M_b

excentricidades adicionais

seg.y

e(a)= 2,00
e(2)= 0,17
e(c)= 0,00

$\eta = 1,00$
1/r = 0,00
Ne= 1555200

verificação da neces. de controle de encurvadura

cond.1 $\lambda < 58,53$
cond.2 M_{sd}/N_{sd}= 0,11 $\geq 1,58$
não nec. cont. encurv.

verific. da flexão composta

N_{sd}= 777 v = 0,09 A (cm²)= 20,4 N_{rd}= 8360
a = 0,04 m $\omega = 0,45\%$
M_{sd}= 143 $\omega = 0,08$ $\mu = 0,07$ M_{rd}= 231

2*9d12pm

armadura horizontal mínima de fendilhação por retracção e var. termica (em cada face):

w_{máx} 0,20

numero	diam	recobrim	A _{cr}	2*As
9	12	4,0	4500	20,36

ro crit	T1	T2	ext	s máx	ro nec	ro ef
0,28%	15	30	2,25E-04	889	0,45%	0,45%

mm

nota: se o afastamento das juntas for limitado ro crit pode ser 2/3 do valor indicado

3.5. FOLHA DE CÁLCULO PARA O DIMENSIONAMENTO DE SECÇÕES DE BETÃO ARMADO PRÉ-ESFORÇADO

A folha de cálculo desenvolvida tem como objectivo sistematizar o mesmo, validar a solução final, calcular as perdas devidas ao pré-esforço que foram anteriormente arbitradas e fazer a verificação da segurança do elemento no que diz respeito ao estado limite último e estado limite de utilização. A folha de cálculo é constituída por diversas páginas sequenciais:

a)- Introdução de dados

Podemos com esta folha de cálculo verificar em simultâneo no máximo nove pontos notáveis, isto é, pontos inicial e final do traçado, pontos de inflexão, e pontos de tangente nula, para além de qualquer outro ponto considerado necessário.

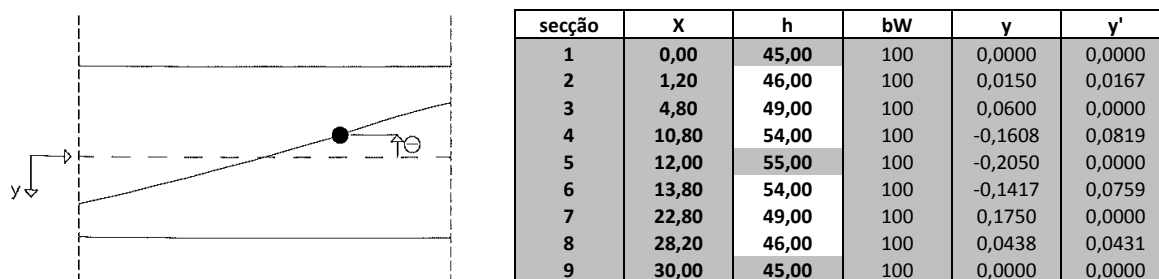


Fig.3.43 –Tabela inicial e convenção de sinais.

De seguida é necessário introduzir os momentos determinados anteriormente (3.5 d)-), provocados pelas acções exteriores (cargas permanentes, cargas variáveis e sobrecarga) em cada secção.

Neste mesmo quadro, introduzem-se os coeficientes ψ , γ_s , γ_q e ainda os valores que deverão multiplicar os momentos introduzidos.



Dimensionamento de secções de betão armado pré-esforçado

				psi0	psi1	psi2				
				0,40	0,3	0,2				
								1,35	gama G	
								1,50	gama Q	
				pp=	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
				pt=	0,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
				ps=	0,0	0,0	2,0	2,0	2,0	2,0
	gama=25	gama=18								
secção	pp	pt	ps=1	M g1 p0x =	M g2 p0x =	M qp x =	M fr x =	M ra x =	M Sd x =	M sec.inf
1	-58	-36	-5	-58	-94	-96	-97	-104	-142	105
2	-3	-1	0	-3	-4	-4	-4	-4	-6	82
3	64	38	5	64	102	104	105	113	154	-1
4	-176	-99	-14	-176	-275	-281	-284	-304	-415	-92
5	-387	-216	-31	-387	-602	-615	-621	-665	-907	-19
6	-183	-106	-15	-183	-289	-295	-298	-320	-436	-1
7	206	120	17	206	326	333	336	360	491	94
8	-35	-17	-3	-35	-52	-53	-53	-57	-78	196
9	-189	-112	-16	-189	-302	-308	-311	-333	-455	221
	mom. pp	mom. tv	mom. Sob							

Na última coluna deverão ser introduzidos os momentos hiperestáticos do pré-esforço em fase infinito.

No quadro que se segue é necessário introduzir os valores de esforço transversal V_{sd} determinado em 3.3 f)- devidos às cargas não balanceadas em cada ponto em fase inicial e em fase infinito.

X								(n/bal)		
	M g1 p0x =	M g2 p0x =	M qp x =	M fr x =	M ra x =	M fctm x =	M 0 =	M Sd+M sec	V Sd0	V Sdinf
0,00	-58	-94	-96	-97	-104	72	196	-37	51	118
1,20	-3	-4	-4	-4	-4	105	235	76	37	47
4,80	64	102	104	105	113	204	352	153	46	45
10,80	-176	-275	-281	-284	-304	-426	-591	-506	109	64
12,00	-387	-602	-615	-621	-665	-565	-734	-926	216	344
13,80	-183	-289	-295	-298	-320	-378	-543	-437	66	129
22,80	206	326	333	336	360	466	629	585	11	12
28,20	-35	-52	-53	-53	-57	158	283	118	57	98
30,00	-189	-302	-308	-311	-333	70	194	-233	123	240

Nos quadros seguintes depois de efectuado o pré-dimensionamento das armaduras passivas (3.7), é feita a discretização das mesmas em conjunto com as armaduras de pré-esforço tendo em conta a convenção de sinais ilustrada na figura abaixo. Consideram-se cinco possíveis níveis de armaduras ordinárias e outros cinco de armaduras de pré-esforço.

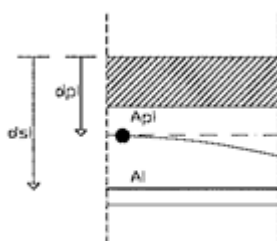


Fig.3.44 – Convenção de sinais para o preenchimento



1	Armaduras Ordinárias		Armaduras Pré-Esforço		Api*(dpi-etacg)^2				
níveis	Ai	dsi	Api	dpi	Asi*(dsi-etacg)^2	Asi*dsi	Api*dpi	inj.(y /n)?	
5	10,2	5,80			317,02	0,00	59,16	0	
4					0,00	0,00	0	0	
3					0,00	0,00	0	0	
2					0,00	0,00	0	0	
1	10,2	39,20	20,0	22,50	15494,27	9923,46	399,84	450	
2	Armaduras Ordinárias		Armaduras Pré-Esforço		inj.(y /n)?				
níveis	Ai	dsi	Api	dpi					
5	10,2	5,80			316,40	0,00	59,16	0	
4					0,00	0,00	0	0	
3					0,00	0,00	0	0	
2					0,00	0,00	0	0	
1	10,2	40,20	20,0	24,50	16295,16	11780,22	410,04	490	
3	Armaduras Ordinárias		Armaduras Pré-Esforço		inj.(y /n)?				
níveis	Ai	dsi	Api	dpi					
5	10,2	5,80			314,62	0,00	59,16	0	
4					0,00	0,00	0	0	
3					0,00	0,00	0	0	
2					0,00	0,00	0	0	
1	10,2	42,37	20,0	30,50	18099,06	18305,90	432,174	610	
4	Armaduras Ordinárias		Armaduras Pré-Esforço		inj.(y /n)?				
níveis	Ai	dsi	Api	dpi					
5	10,2	5,80			312,25	0,00	59,16	0	
4					0,00	0,00	0	0	
3					0,00	0,00	0	0	
2					0,00	0,00	0	0	
1	10,2	48,20	20,0	11,75	23435,11	2637,13	491,64	235	
5	Armaduras Ordinárias		Armaduras Pré-Esforço		inj.(y /n)?				
níveis	Ai	dsi	Api	dpi					
5	10,2	5,80			311,79	0,00	59,16	0	
4					0,00	0,00	0	0	
3					0,00	0,00	0	0	
2					0,00	0,00	0	0	
1	10,2	49,20	20,0	7,00	24419,08	905,53	501,84	140	
6	Armaduras Ordinárias		Armaduras Pré-Esforço		inj.(y /n)?				
níveis	Ai	dsi	Api	dpi					
5	10,2	5,80			312,21	0,00	59,16	0	
4					0,00	0,00	0	0	
3					0,00	0,00	0	0	
2					0,00	0,00	0	0	
1	10,2	48,20	20,0	13,50	23434,73	3501,97	491,64	270	
7	Armaduras Ordinárias		Armaduras Pré-Esforço		inj.(y /n)?				
níveis	Ai	dsi	Api	dpi					
5	10,2	5,80			314,31	0,00	59,16	0	
4					0,00	0,00	0	0	
3					0,00	0,00	0	0	
2					0,00	0,00	0	0	
1	10,2	43,26	20,0	42,00	18869,51	34863,03	441,252	840	
8	Armaduras Ordinárias		Armaduras Pré-Esforço		inj.(y /n)?				
níveis	Ai	dsi	Api	dpi					
5	10,2	5,80			316,59	0,00	59,16	0	
4					0,00	0,00	0	0	
3					0,00	0,00	0	0	
2					0,00	0,00	0	0	
1	10,2	40,20	20,0	18,60	16296,51	6750,02	410,04	372	
9	Armaduras Ordinárias		Armaduras Pré-Esforço		inj.(y /n)?				
níveis	Ai	dsi	Api	dpi					
5	10,2	5,80			317,02	0,00	59,16	0	
4					0,00	0,00	0	0	
3					0,00	0,00	0	0	
2					0,00	0,00	0	0	
1	10,2	39,20	20,0	22,50	15494,27	9923,46	399,84	450	

Na última coluna é necessário referir se a bainha é injectada com calda de cimento ou não.

b)- Caracterização da secção de betão

De seguida, de modo a determinar as características da secção de betão, iremos proceder à sua discretização. A folha de cálculo permite discretizar a secção em faixas nas quais teremos de definir a sua largura superior e inferior. As faixas são limitadas por níveis, sendo a cada nível atribuída uma largura superior, $b_i(s)$ e uma largura inferior, $b_i(i)$ (tratam-se das larguras das faixas adjacentes a um dado nível). Tome-se como exemplo a secção representada na figura 3.45.

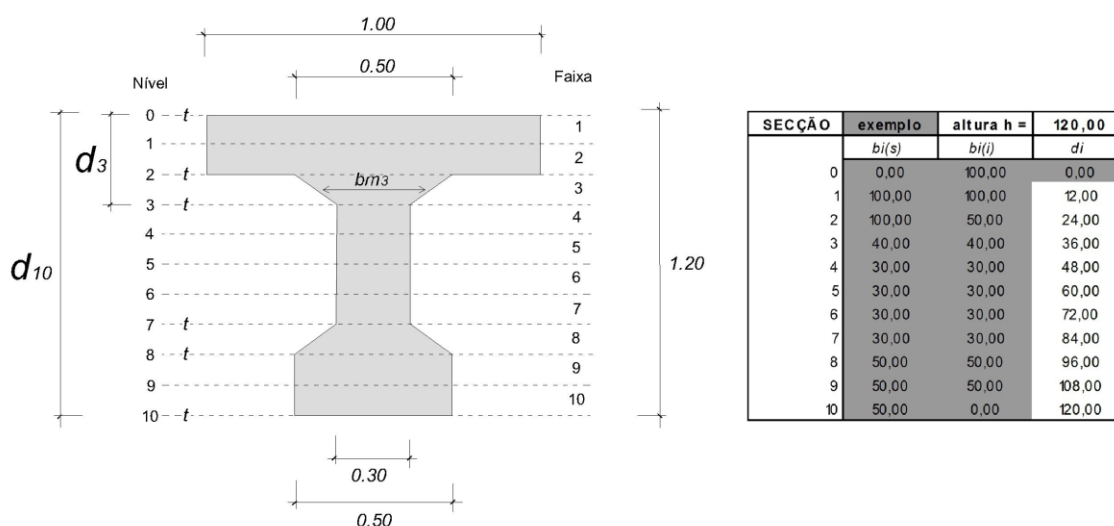


Fig.3.45 – Exemplo de discretização de uma secção.

Notas:

1. a discretização deverá ser feita em 10 faixas
2. os níveis indicados com a letra **t** são níveis obrigatórios correspondentes a zonas de transição
3. a largura média das faixas $bm(i)$ é igual a semi-soma da largura inferior do nível $i-1$, $bi-1(i)$ com a largura superior do nível i , $bi(s)$. ex: $bm_3 = \frac{b_2(i) + b_3(s)}{2}$
4. $N_i = d_i / d_{10}$
5. é necessário definir a área das bainhas do pré-esforço e inserir as mesmas no nível correspondente ao traçado do cabo.



SECÇÃO	1	altura h =	45,00	eadm=	0,145	m	B=	4487	2244	
	bi(s)	bi(i)	di	Discretização em faixas			cm			B(i)*
				faixa(i)	bmi	N(i)	Abp(i)	B(i)	B(i)*N(i)	*(Ni-etacg)^2
0	0,00	100,00	0,00							
1	100,00	100,00	4,50	1	100,00	0,05	28,27	450	23	91
2	100,00	100,00	9,00	2	100,00	0,15		450	68	55
3	100,00	100,00	13,50	3	100,00	0,25		450	113	28
4	100,00	100,00	18,00	4	100,00	0,35		450	158	10
5	100,00	100,00	22,50	5	100,00	0,45		437	197	1
6	100,00	100,00	27,00	6	100,00	0,55		450	248	1
7	100,00	100,00	31,50	7	100,00	0,65		450	293	10
8	100,00	100,00	36,00	8	100,00	0,75		450	338	28
9	100,00	100,00	40,50	9	100,00	0,85		450	383	55
10	100,00	0,00	45,00	10	100,00	0,95		450	428	91
SECÇÃO	2	altura h =	46,00	eadm=	0,150	m	B=	4587	2294	
	bi(s)	bi(i)	di	Discretização em faixas			cm			B(i)*
				faixa(i)	bmi	N(i)	Abp(i)	B(i)	B(i)*N(i)	*(Ni-etacg)^2
0	0,00	100,00	0,00							
1	100,00	100,00	4,60	1	100,00	0,05	28,27	460	23	93
2	100,00	100,00	9,20	2	100,00	0,15		460	69	56
3	100,00	100,00	13,80	3	100,00	0,25		460	115	29
4	100,00	100,00	18,40	4	100,00	0,35		460	161	10
5	100,00	100,00	23,00	5	100,00	0,45		447	201	1
6	100,00	100,00	27,60	6	100,00	0,55		460	253	1
7	100,00	100,00	32,20	7	100,00	0,65		460	299	10
8	100,00	100,00	36,80	8	100,00	0,75		460	345	29
9	100,00	100,00	41,40	9	100,00	0,85		460	391	56
10	100,00	0,00	46,00	10	100,00	0,95		460	437	93
SECÇÃO	3	altura h =	49,00	eadm=	0,165	m	B=	4886	2441	
	bi(s)	bi(i)	di	Discretização em faixas			cm			B(i)*
				faixa(i)	bmi	N(i)	Abp(i)	B(i)	B(i)*N(i)	*(Ni-etacg)^2
0	0,00	100,00	0,00							
1	100,00	100,00	4,90	1	100,00	0,05	28,27	490	25	99
2	100,00	100,00	9,80	2	100,00	0,15		490	74	60
3	100,00	100,00	14,70	3	100,00	0,25		490	123	31
4	100,00	100,00	19,60	4	100,00	0,35		490	172	11
5	100,00	100,00	24,50	5	100,00	0,45		490	221	1
6	100,00	100,00	29,40	6	100,00	0,55		490	270	1
7	100,00	100,00	34,30	7	100,00	0,65		476	309	11
8	100,00	100,00	39,20	8	100,00	0,75		490	368	31
9	100,00	100,00	44,10	9	100,00	0,85		490	417	60
10	100,00	0,00	49,00	10	100,00	0,95		490	466	99
SECÇÃO	4	altura h =	54,00	eadm=	0,189	m	B=	5385	2698	
	bi(s)	bi(i)	di	Discretização em faixas			cm			B(i)*
				faixa(i)	bmi	N(i)	Abp(i)	B(i)	B(i)*N(i)	*(Ni-etacg)^2
0	0,00	100,00	0,00							
1	100,00	100,00	5,40	1	100,00	0,05	28,27	540	27	110
2	100,00	100,00	10,80	2	100,00	0,15		525	79	65
3	100,00	100,00	16,20	3	100,00	0,25		540	135	34
4	100,00	100,00	21,60	4	100,00	0,35		540	189	12
5	100,00	100,00	27,00	5	100,00	0,45		540	243	1
6	100,00	100,00	32,40	6	100,00	0,55		540	297	1
7	100,00	100,00	37,80	7	100,00	0,65		540	351	12
8	100,00	100,00	43,20	8	100,00	0,75		540	405	33
9	100,00	100,00	48,60	9	100,00	0,85		540	459	66
10	100,00	0,00	54,00	10	100,00	0,95		540	513	109



Dimensionamento de secções de betão armado pré-esforçado

SECÇÃO	5	altura h =	55,00	eadm=	0,194	m	B=	5484	2749	
	bi(s)	bi(i)	di	Discretização em faixas			cm			B(i)*
				faixa(i)	bmi	N(i)	Abp(i)	B(i)	B(i)*N(i)	*(Ni-etacg)^2
0	0,00	100,00	0,00							
1	100,00	100,00	5,50	1	100,00	0,05	28,27	534	27	109
2	100,00	100,00	11,00	2	100,00	0,15		550	83	68
3	100,00	100,00	16,50	3	100,00	0,25		550	138	35
4	100,00	100,00	22,00	4	100,00	0,35		550	193	13
5	100,00	100,00	27,50	5	100,00	0,45		550	248	1
6	100,00	100,00	33,00	6	100,00	0,55		550	303	1
7	100,00	100,00	38,50	7	100,00	0,65		550	358	12
8	100,00	100,00	44,00	8	100,00	0,75		550	413	34
9	100,00	100,00	49,50	9	100,00	0,85		550	468	67
10	100,00	0,00	55,00	10	100,00	0,95		550	523	111
SECÇÃO	6	altura h =	54,00	eadm=	0,189	m	B=	5385	2698	
	bi(s)	bi(i)	di	Discretização em faixas			cm			B(i)*
				faixa(i)	bmi	N(i)	Abp(i)	B(i)	B(i)*N(i)	*(Ni-etacg)^2
0	0,00	100,00	0,00							
1	100,00	100,00	5,40	1	100,00	0,05	28,27	540	27	110
2	100,00	100,00	10,80	2	100,00	0,15		525	79	65
3	100,00	100,00	16,20	3	100,00	0,25		540	135	34
4	100,00	100,00	21,60	4	100,00	0,35		540	189	12
5	100,00	100,00	27,00	5	100,00	0,45		540	243	1
6	100,00	100,00	32,40	6	100,00	0,55		540	297	1
7	100,00	100,00	37,80	7	100,00	0,65		540	351	12
8	100,00	100,00	43,20	8	100,00	0,75		540	405	33
9	100,00	100,00	48,60	9	100,00	0,85		540	459	66
10	100,00	0,00	54,00	10	100,00	0,95		540	513	109
SECÇÃO	7	altura h =	49,00	eadm=	0,165	m	B=	4886	2440	
	bi(s)	bi(i)	di	Discretização em faixas			cm			B(i)*
				faixa(i)	bmi	N(i)	Abp(i)	B(i)	B(i)*N(i)	*(Ni-etacg)^2
0	0,00	100,00	0,00							
1	100,00	100,00	4,90	1	100,00	0,05		490	25	99
2	100,00	100,00	9,80	2	100,00	0,15		490	74	60
3	100,00	100,00	14,70	3	100,00	0,25		490	123	30
4	100,00	100,00	19,60	4	100,00	0,35		490	172	11
5	100,00	100,00	24,50	5	100,00	0,45		490	221	1
6	100,00	100,00	29,40	6	100,00	0,55		490	270	1
7	100,00	100,00	34,30	7	100,00	0,65		490	319	11
8	100,00	100,00	39,20	8	100,00	0,75	28,27	476	357	30
9	100,00	100,00	44,10	9	100,00	0,85		490	417	60
10	100,00	0,00	49,00	10	100,00	0,95		490	466	100
SECÇÃO	8	altura h =	46,00	eadm=	0,150	m	B=	4587	2293	
	bi(s)	bi(i)	di	Discretização em faixas			cm			B(i)*
				faixa(i)	bmi	N(i)	Abp(i)	B(i)	B(i)*N(i)	*(Ni-etacg)^2
0	0,00	100,00	0,00							
1	100,00	100,00	4,60	1	100,00	0,05		460	23	93
2	100,00	100,00	9,20	2	100,00	0,15		460	69	56
3	100,00	100,00	13,80	3	100,00	0,25		460	115	29
4	100,00	100,00	18,40	4	100,00	0,35		460	161	10
5	100,00	100,00	23,00	5	100,00	0,45		460	207	1
6	100,00	100,00	27,60	6	100,00	0,55	28,27	447	246	1
7	100,00	100,00	32,20	7	100,00	0,65		460	299	10
8	100,00	100,00	36,80	8	100,00	0,75		460	345	29
9	100,00	100,00	41,40	9	100,00	0,85		460	391	56
10	100,00	0,00	46,00	10	100,00	0,95		460	437	93



SECÇÃO	9	altura h =	45,00	eadm=	0,145	m	B=	4487	2244	
	bi(s)	bi(i)	di	Discretização em faixas			cm			B(i)*
0	0,00	100,00	0,00	faixa(i)	bmi	N(i)	Abp(i)	B(i)	B(i)*N(i)	*(Ni-etacg)^2
1	100,00	100,00	4,50	1	100,00	0,05	28,27	450	23	91
2	100,00	100,00	9,00	2	100,00	0,15		450	68	55
3	100,00	100,00	13,50	3	100,00	0,25		450	113	28
4	100,00	100,00	18,00	4	100,00	0,35		450	158	10
5	100,00	100,00	22,50	5	100,00	0,45		437	197	1
6	100,00	100,00	27,00	6	100,00	0,55		450	248	1
7	100,00	100,00	31,50	7	100,00	0,65		450	293	10
8	100,00	100,00	36,00	8	100,00	0,75		450	338	28
9	100,00	100,00	40,50	9	100,00	0,85		450	383	55
10	100,00	0,00	45,00	10	100,00	0,95		450	428	91

Com os dados das características das secções o programa determina a caracterização da secção do betão e a sua homogeneização com as armaduras para a fase 0 e fase infinito.

CARACTERISTICAS DA SECÇÃO DE BETÃO

secção	X	h	Atot =	eta(cg) =	I =	Ws =	Wi =	y	y'
1	0,00	45,00	0,45	0,225	0,0075	0,0334	0,0334	0,0000	0,0000
2	1,20	46,00	0,46	0,230	0,0080	0,0349	0,0349	0,0150	0,0167
3	4,80	49,00	0,49	0,245	0,0097	0,0396	0,0396	0,0600	0,0000
4	10,80	54,00	0,54	0,271	0,0129	0,0478	0,0480	-0,1608	0,0819
5	12,00	55,00	0,55	0,276	0,0136	0,0494	0,0497	-0,2050	0,0000
6	13,80	54,00	0,54	0,271	0,0129	0,0478	0,0480	-0,1417	0,0759
7	22,80	49,00	0,49	0,245	0,0097	0,0396	0,0395	0,1750	0,0000
8	28,20	46,00	0,46	0,230	0,0080	0,0349	0,0349	0,0438	0,0431
9	30,00	45,00	0,45	0,225	0,0075	0,0334	0,0334	0,0000	0,0000

CARACTERISTICAS DA SECÇÃO HOMOGÉNEA

a = 6,25

nó	X	h	Ape	Ai	B	Atot =	eta(cg) =	I =	Ws =	Wi =
1	0,00	45,00	20,0	20,4	4487	0,474	0,2251	0,0091	0,0405	0,0406
2	1,20	46,00	20,0	20,4	4587	0,484	0,2304	0,0098	0,0425	0,0427
3	4,80	49,00	20,0	20,4	4886	0,514	0,2462	0,0120	0,0487	0,0492
4	10,80	54,00	20,0	20,4	5385	0,564	0,2671	0,0146	0,0546	0,0535
5	12,00	55,00	20,0	20,4	5484	0,574	0,2712	0,0152	0,0562	0,0546
6	13,80	54,00	20,0	20,4	5385	0,564	0,2675	0,0146	0,0547	0,0537
7	22,80	49,00	20,0	20,4	4886	0,514	0,2489	0,0131	0,0525	0,0542
8	28,20	46,00	20,0	20,4	4587	0,484	0,2288	0,0095	0,0415	0,0410
9	30,00	45,00	20,0	20,4	4487	0,474	0,2251	0,0091	0,0405	0,0406

CARACTERISTICAS DA SECÇÃO HOMOGÉNEA (inf)

a = 14,38

nó	X	h	Ape	Ai	B	Atot =	eta(cg) =	I =	Ws =	Wi =
1	0,00	45,00	20,0	20,4	4487	0,507	0,2251	0,0112	0,0498	0,0499
2	1,20	46,00	20,0	20,4	4587	0,517	0,2309	0,0121	0,0525	0,0529
3	4,80	49,00	20,0	20,4	4886	0,547	0,2477	0,0150	0,0605	0,0618
4	10,80	54,00	20,0	20,4	5385	0,597	0,2631	0,0167	0,0636	0,0604
5	12,00	55,00	20,0	20,4	5484	0,607	0,2659	0,0173	0,0651	0,0610
6	13,80	54,00	20,0	20,4	5385	0,597	0,2640	0,0169	0,0638	0,0611
7	22,80	49,00	20,0	20,4	4886	0,547	0,2539	0,0175	0,0687	0,0739
8	28,20	46,00	20,0	20,4	4587	0,517	0,2275	0,0114	0,0501	0,0490
9	30,00	45,00	20,0	20,4	4487	0,507	0,2251	0,0112	0,0498	0,0499



c)- Cálculo de Secções em estado limite último

De modo a obter as Forças de compressão F_c do betão que equilibram as Forças das armaduras, usamos um método de aproximações sucessivas, atribuindo a ε_c e ε_s extensões até se conseguir assegurar os equilíbrios de translação e de rotação na secção. Estas extensões definem-nos a altura comprimida da secção de betão e a sua extensão máxima.

Sendo normalmente esta secção irregular, usamos novamente um processo de discretização por faixas (na zona comprimida do betão), como anteriormente.

Podemos ter duas situações:

1. $\varepsilon_{cmax} > 2,0\text{‰}$ em que teremos um diagrama tensões extensões do tipo parábola/rectângulo.
2. $\varepsilon_{cmax} < 2,0\text{‰}$ onde haverá apenas um diagrama parabólico.

A discretização da secção da zona comprimida da secção de betão é feita por faixas. Estas faixas são limitadas por níveis, sendo a cada nível atribuída uma largura superior, $b_i(s)$ e uma largura inferior, $b_i(i)$ (tratam-se das larguras das faixas adjacentes a um dado nível). Os níveis tem ordenadas d_i , referentes à face comprimida pela solicitação exterior.

1. Extensões e Tensões que afectam uma secção

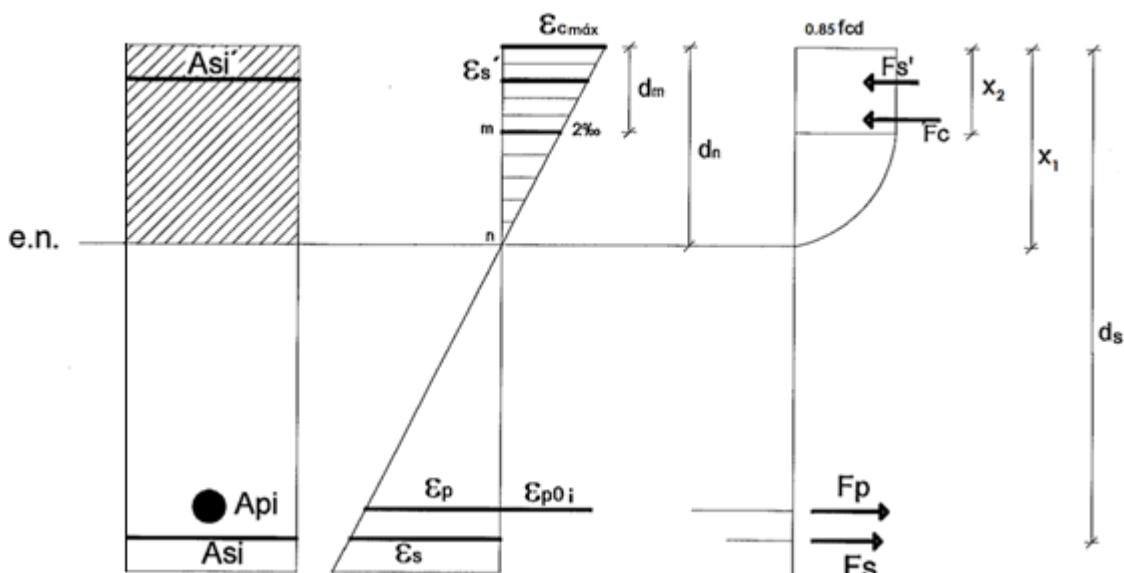


Fig.3.46

$$X1 = \varepsilon(c, máx) / (\varepsilon_s + \varepsilon(c, máx)) * d_s \quad ; \quad X2 = (\varepsilon(c, máx) - 2\text{‰}) / \varepsilon(c, máx) * X1$$

sendo $\varepsilon_{c,máx} \leq 3.5\text{‰}$.

No caso de $\varepsilon_{c,máx} = 3.5\%$ teremos $X_2 = 0,43 * X_1$

Diagrama Parábola-Rectângulo

$$\text{Seja } \eta_i = \text{di}/X1 \quad ; \quad \varepsilon_{ci} = (1 - \eta_i)\varepsilon_{c,m\acute{a}x}$$

$$\sigma_{ci} = 0.85 * f_{cd} * (\varepsilon_{ci} - 250\varepsilon_{ci}^2) \quad (\text{REBAP})$$

Na zona rectangular temos:

$$0 \leq i \leq m; \quad \sigma_{ci} = 0.85 * f_{cd} ; \quad \eta m = X2/X1$$

Na zona parabólica temos:

$$m < i < n; \quad \sigma_{ci} = 0.85 * f_{cd} * (\varepsilon_{ci} - 250\varepsilon_{ci}^2) \quad ; \quad \eta n = 1$$

(Na nomenclatura utilizada no programa de cálculo **m** corresponde ao nível 5 e **n** corresponde ao nível 10)

2. Discretização da zona comprimida da secção

A zona comprimida de betão deverá começar por ser dividida na secção de transição entre a parábola e o rectângulo [1] (ver figura), seguindo-se as secções de transição onde há alterações na geometria da peça [2] e finalmente outras secções [3] que permitem aumentar a precisão do cálculo.

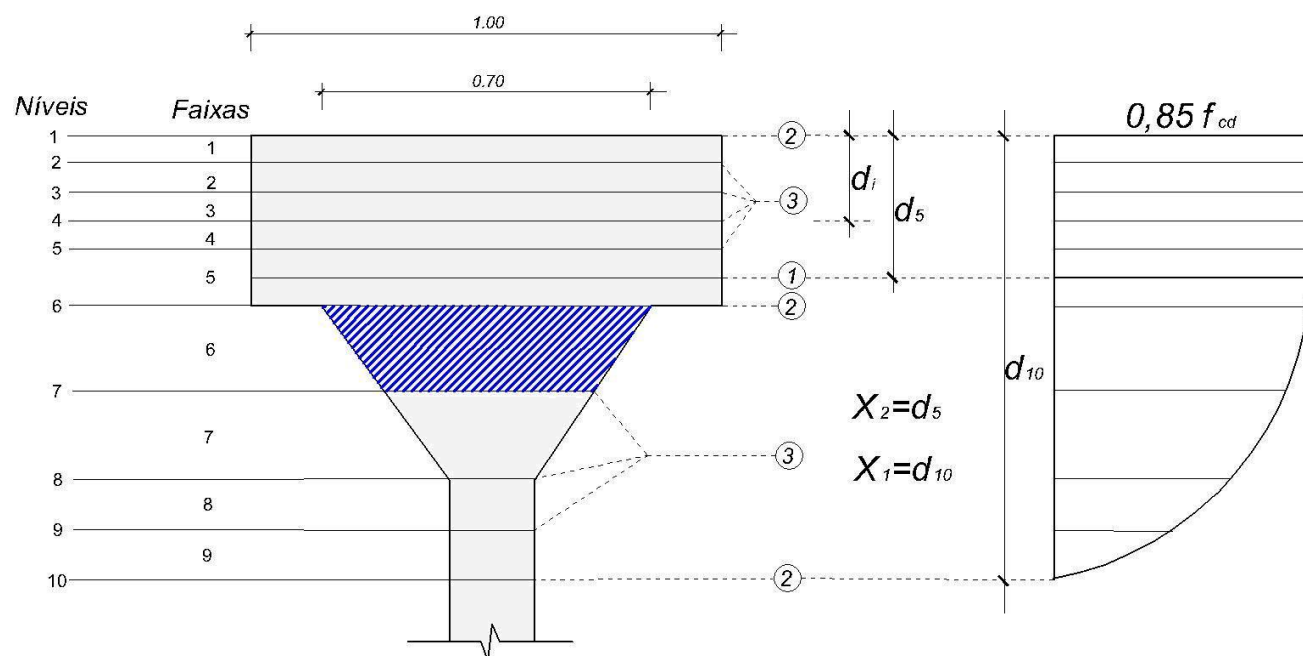


Fig.3.47



Se $\varepsilon_{c,máx} \leq 2.0\text{‰}$ só existe diagrama parabólico e portanto não existe a divisão [1] sendo a zona comprimida de betão subdividida em 10 partes.

Como exemplo, no nível 6 temos um $b_6(s)=100$ e um $b_6(i)=70$; a faixa 6 terá uma largura

$$bm6 = (b_6(i) + b_6(s))/2$$

e a sua tensão de compressão média será $\sigma_{c6} = (\sigma'_{c7} + \sigma'_{c6})/2$.

σ'_{ci} – Tensão correspondente ao nível i

σ_{ci} – Tensão média nas faixas

3. Equações de equilíbrio de translação e rotação (Estado Limite Último)

$$F_{arm} = - \sum (\sigma'_{si} \cdot A'_{si}) + F_d + \sum (\sigma_{pi} \cdot A_{pi}) + \sum (\sigma_{si} \cdot A_{si})$$

C bet = $X1 \cdot B = F_{arm}$, substituindo $X1$

$$\varepsilon(c, máx) = F_{arm} \times \varepsilon(s2.1) / (B \cdot ds1 - F_{arm})$$

(esta expressão serve para desenvolver um processo iterativo)

$$\beta = 0.5 \cdot \frac{\sum [B_i \cdot (\eta_i + \eta_{i+1})]}{B}$$

$$\begin{aligned} M_{Rd} = & \sum [\sigma_{pi} \cdot A_{pi} \cdot (d_{pi} - \beta \cdot X1)] + \\ & + \sum [\sigma_{si} \cdot A_{si} \cdot (d_{si} - \beta \cdot X1)] + \\ & + \sum [F_i \cdot (d_{pi} - \beta \cdot X1)] \cdot 1.35 - \\ & - \sum [\sigma'_{si} \cdot A'_{si} \cdot (d'_{si} - \beta \cdot X1)] \end{aligned}$$

No quadro abaixo encontram-se representados os resultados da resolução da secção 5.



CALCULO DA SECÇÃO		SECÇÃO	5	ELU																																																
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2">Materiais</th> <th>fctk</th> <th>fcd</th> <th>M.Elast.</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Betão</td> <td>B35</td> <td>0,28</td> <td>2,0</td> <td>3200</td> </tr> <tr> <td>Aço Or.</td> <td>A400</td> <td>fsyd</td> <td>34,8</td> <td>20000</td> </tr> <tr> <td>Aço PE</td> <td>1600/1800</td> <td>fp0,1d</td> <td>139,1</td> <td>20000</td> </tr> </tbody> </table>		Materiais		fctk	fcd	M.Elast.	Betão	B35	0,28	2,0	3200	Aço Or.	A400	fsyd	34,8	20000	Aço PE	1600/1800	fp0,1d	139,1	20000	Ec,28		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="4">calculado de X</th> </tr> <tr> <th colspan="2">extensão</th> <th colspan="2">ordenada</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>e(cmáx)</td> <td>2,90E-03</td> <td>ds0</td> <td>0,00</td> </tr> <tr> <td>e(s2.1)</td> <td>3,00E-03</td> <td>ds1</td> <td>49,2</td> </tr> <tr> <td>e(p0.i)</td> <td>5,00E-03</td> <td>X1</td> <td>24,18</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>X2</td> <td>7,51</td> </tr> </tbody> </table>		calculado de X				extensão		ordenada		e(cmáx)	2,90E-03	ds0	0,00	e(s2.1)	3,00E-03	ds1	49,2	e(p0.i)	5,00E-03	X1	24,18			X2	7,51			
Materiais		fctk	fcd	M.Elast.																																																
Betão	B35	0,28	2,0	3200																																																
Aço Or.	A400	fsyd	34,8	20000																																																
Aço PE	1600/1800	fp0,1d	139,1	20000																																																
calculado de X																																																				
extensão		ordenada																																																		
e(cmáx)	2,90E-03	ds0	0,00																																																	
e(s2.1)	3,00E-03	ds1	49,2																																																	
e(p0.i)	5,00E-03	X1	24,18																																																	
		X2	7,51																																																	
Unidades: kN ; cm		a =		6,25																																																
Zona de betão comprimido																																																				
Discretização																																																				
nível	bi(s)	bi(i)	di	η i	ε i	faixa(i)	bmi	σc i	Acp i	Bi																																										
0	0,00	100,00	0,00	0,00	2,90E-03																																															
1	100,00	100,00	2,00	0,08	2,66E-03	1	100,00	1,70		14,06																																										
2	100,00	100,00	3,00	0,12	2,54E-03	2	100,00	1,70		7,03																																										
3	100,00	100,00	4,00	0,17	2,42E-03	3	100,00	1,70		7,03																																										
4	100,00	100,00	5,00	0,21	2,30E-03	4	100,00	1,70		7,03																																										
5	100,00	100,00	7,51	0,31	2,00E-03	5	100,00	1,70		17,61																																										
6	100,00	100,00	7,00	0,29	2,06E-03	6	100,00	1,70		-3,55																																										
7	100,00	100,00	10,00	0,41	1,70E-03	7	100,00	1,68		20,84																																										
8	100,00	100,00	14,00	0,58	1,22E-03	8	100,00	1,55		25,67																																										
9	100,00	100,00	18,00	0,74	7,41E-04	9	100,00	1,23		20,42																																										
10	100,00	100,00	24,18	1,00	0,00E+00	10	100,00	0,51		13,13																																										
									B =	129,27																																										
Armaduras Ordinárias																																																				
níveis	Ai	dsi	ext(i)	σs i	Armaduras Pré-Esforço																																															
					Api	dpi	ext(i)	σp i	inj.(y/n)?	Fi																																										
5	10,2	5,80	2,20E-03	34,8																																																
4																																																				
3																																																				
2																																																				
1	10,2	49,20	3,00E-03	34,80	20,0	48,0	7,86E-03	139	y																																											
					cm		cm																																													
							6,96E-03																																													
ESTADO LIMITE ULTIMO																																																				
$e(cmáx) = F \cdot e(p2.1) / (B \cdot dp + F)$ $C \text{ betão} = F \text{ armad} = \sum(\sigma_s(s_i) \cdot A(s_i)) + Fd + \sum(\sigma_p(p_i) \cdot A(p_i)) + \sum(\sigma_s(s_i) \cdot A(s_i))$																																																				
F armad = 2783				C betão = 3126		kN																																														
e(cmáx) = 2,33E-03				O.K.																																																
$\beta = 0,5 \cdot \sum(B(i) \cdot (\eta(i) + \eta(i+1))) / B =$ $Mrd = \sum(\sigma_p(p_i) \cdot A(p_i) \cdot (d_{pi} - \beta \cdot X)) +$ $\quad + \sum(\sigma_s(s_i) \cdot A(s_i) \cdot (d_{si} - \beta \cdot X)) +$ $\quad + \sum(F_i \cdot (d_{pi} - \beta \cdot X)) \cdot 1,35$ $\quad - \sum(\sigma_s(s_i) \cdot A(s_i) \cdot (d_{si} - \beta \cdot X)) +$																																																				
				0,37																																																
				*1,35																																																
				108770																																																
				14301																																																
				0				0,9 0																																												
				1104																																																
				124175				124175 kN*cm																																												
				M sd		95000		kN*cm																																												
auxiliares																																																				
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Ai</th> <th>σs i</th> <th>Api</th> <th>σp i</th> <th>Mf cp i</th> <th>Mf σs i</th> <th>Mf Fi</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>354,96</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>-1104,21</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>0,00</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>0,00</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>0</td> <td>0,00</td> <td></td> </tr> <tr> <td>354,96</td> <td>2782,61</td> <td>108770</td> <td>14301,06</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>											Ai	σs i	Api	σp i	Mf cp i	Mf σs i	Mf Fi	354,96				0	-1104,21						0	0,00						0	0,00						0	0,00		354,96	2782,61	108770	14301,06			
Ai	σs i	Api	σp i	Mf cp i	Mf σs i	Mf Fi																																														
354,96				0	-1104,21																																															
				0	0,00																																															
				0	0,00																																															
				0	0,00																																															
354,96	2782,61	108770	14301,06																																																	

**d)- Cálculo das Perdas do pré-esforço**

Numa primeira fase são calculadas as perdas instantâneas nomeadamente as perdas por atrito, por escorregamento dos dispositivos de amarração e as perdas por deformação instantânea do betão.

1. Perdas por atrito, $\Delta\sigma_{p0,fr}$.

$$\Delta\sigma_{p0,fr}(x) = \sigma'_{p0} \{1 - \exp[-\mu(\beta + kx)]\}$$

2. Perdas por deformação do betão, $\Delta\sigma_{p0,e}$.

$$\Delta\sigma_{p0,e}(x) = -\frac{E_p}{E_{c,j}} \sigma_c(x)$$

3. Perdas nos dispositivos de amarração,

As perdas nos dispositivos de amarração são calculadas com base no seguinte pressuposto:

$$\Delta s \cdot E_p = \int_0^x \Delta \sigma \, dx$$

Isto é, procura-se igualar a área do diagrama representada a sombreado na figura 3.48 calculada a partir da Força de Pré-Esforço obtida em cada ponto notável após as perdas por atrito, P_i , obtendo-se a partir dessas perdas e do diagrama representado a força no cabo após as perdas nos dispositivos de amarração, P'_i .

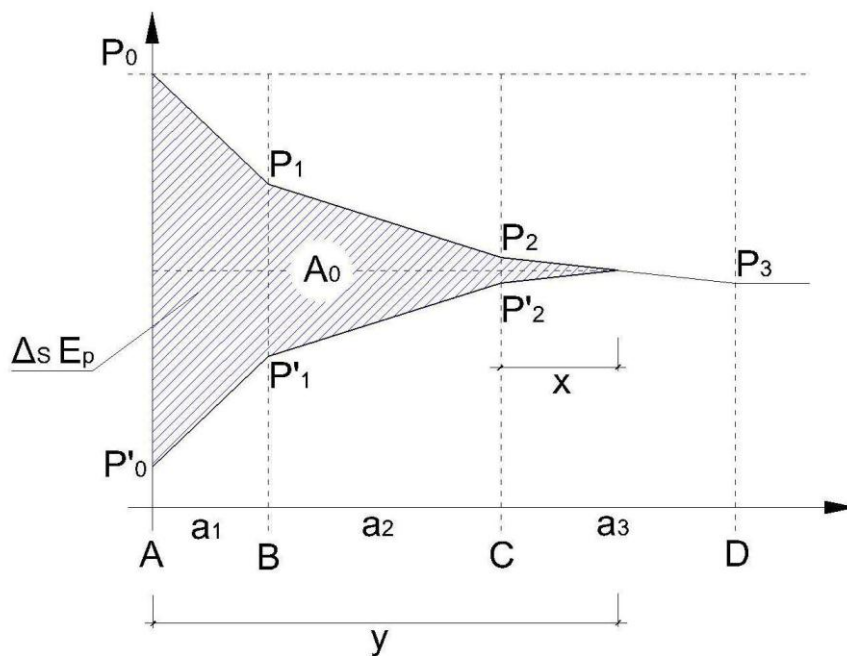


Fig.3.48

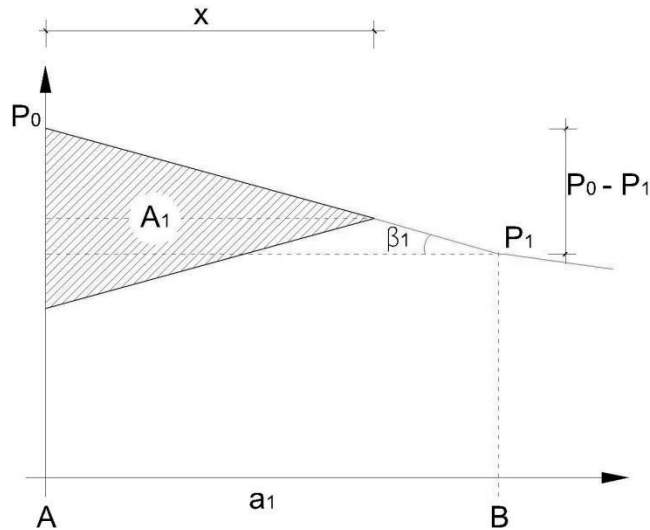
$$A_0 = \Delta s \cdot E_p.$$

A incógnita desta equação é x , abscissa que corresponde ao ponto do cabo onde as perdas devido à cedência dos dispositivos de ancoragem terminam.

De seguida, serão apresentados os diferentes passos efectuados pela folha de cálculo para a determinação deste tipo de perdas.

Se $x \leq a_1$ ($y = x$)

Este é o caso mais simples, em que x é obtido pela intersecção na primeira recta do gráfico.

Fig.3.49 – $x \leq a_1$.

fazendo:

$$\tan \beta_1 = \frac{P_0 - P_1}{a_1}$$

Poderemos obter x da seguinte forma:

$$A_1 = \frac{x \cdot x \cdot \tan \beta_1}{2} \times 2 = x^2 \cdot \tan \beta_1$$

$$x^2 \cdot \tan \beta_1 - A_1 = 0$$

$$\frac{\tan \beta_1}{A_1} x^2 - 1 = 0$$

Resolvendo a equação de segundo grau obtém-se x .

$$\text{Se } a_1 \leq x + a_1 \leq a_1 + a_2 \quad (y = x + a_1)$$

De forma a simplificar os cálculos as áreas que não dependem de x são descontadas.

logo temos:

$$A_2 = A_0 - a_1^2 \tan \beta_1$$

$$A_2 = 2 \cdot a_1 \cdot x \cdot \tan \beta_2 + x^2 \tan \beta_2$$

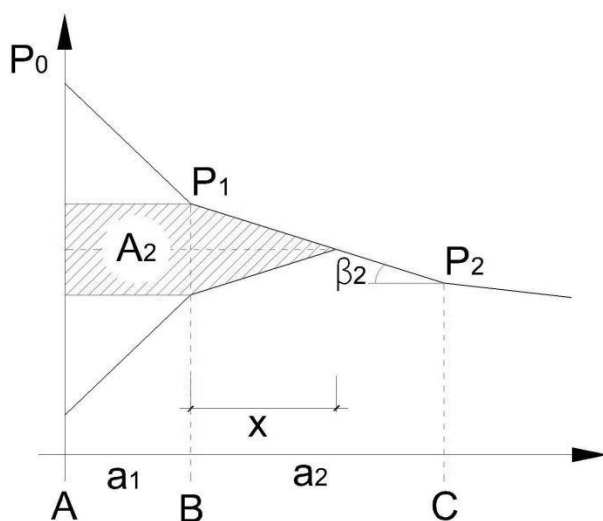


Fig.3.50 – $a_1 \leq x + a_1 \leq a_1 + a_2$

$$x^2 \cdot \frac{\tan \beta_2}{A_2} + x \cdot \frac{2a_1 \tan \beta_2}{A_2} - 1 = 0$$

Resolvendo a equação de segundo grau obtém-se x .

Se $a_1 + a_2 \leq x + a_1 + a_2 \leq a_1 + a_2 + a_3$ ($y = x + a_1 + a_2$)

Neste caso teremos:

$$A_3 = A_0 - a_1^2 \tan \beta_1 - a_2^2 \tan \beta_2 - 2a_1 a_2 \tan \beta_2$$

$$A_3 = 2 \cdot (a_1 + a_2)x \cdot \tan \beta_3 + x^2 \cdot \tan \beta_3$$

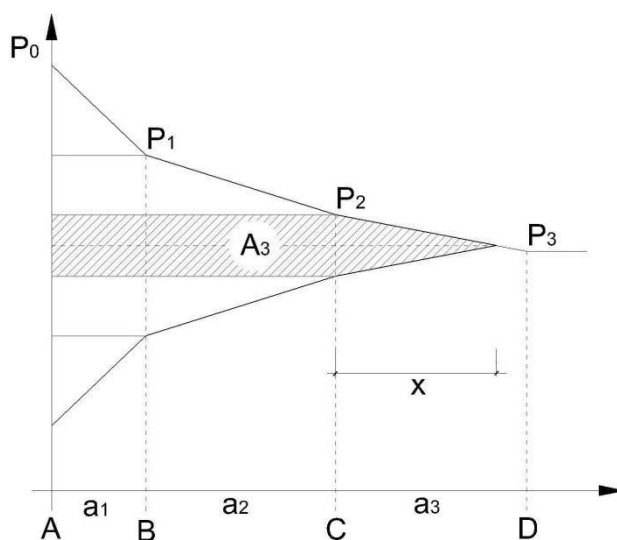


Fig.3.51 – $a_1 + a_2 \leq x + a_1 + a_2 \leq a_1 + a_2 + a_3$.

$$x^2 \cdot \frac{\tan \beta_3}{A_3} + x \cdot \frac{2(a_1 + a_2) \tan \beta_3}{A_3} - 1 = 0$$

Resolvendo a equação de segundo grau obtém-se x .

Por fim, as perdas de tensão dadas por:

em C: $\Delta\sigma_C = (-\tan \beta_3 \cdot x) \cdot 2$

em B: $\Delta\sigma_B = (-a_2 \tan \beta_2 - \tan \beta_3 \cdot x) \cdot 2$

em A: $\Delta\sigma_A = (-a_1 \tan \beta_1 - a_2 \tan \beta_2 - \tan \beta_3 \cdot x) \cdot 2$

4. Determinação do alongamento do cabo,

A determinação do alongamento que se prevê obter no cabo permite fazer a verificação em obra do nível de perdas instantâneas ocorridas, o que possibilita um controlo na prática o valor do pré-esforço. Este alongamento do cabo é dado por:

$$\sum \frac{P_{m,i}}{E_p \cdot A_p} \cdot L_i$$



Calculo das perdas de PE										
m =	0,19	sigma' P0 =	135	kN/cm ²						
k =	0,01	APE =	20,0	cm ²						
humidade	75%	P'0 =	2700	kN						
delta lc =	0,0025	m								
relaxação	6%									
esticamento aos	28	dias								
n =	2									
			y =	10,66						
Perdas instantâneas										
(1)atrito	x	y'	SUM b	p.t.sigmap0	P0	(2)def.	x	P0(x)	y cg	p.t.sigmap0
	0,00			0,00	2700	betão	0,00	2700	0,0000	0,890
	1,20	0,0167	0,0167	0,73	2685		1,20	2685	0,0150	0,877
	4,80	0,0000	0,0167	1,65	2667		4,80	2667	0,0600	0,886
	10,80	0,0819	0,0986	5,20	2596		10,80	2596	-0,1608	1,135
	12,00	0,0000	0,0986	5,49	2590		12,00	2590	-0,2050	1,009
	13,80	0,0759	0,1745	7,78	2544		13,80	2544	-0,1417	0,973
	22,80	0,0000	0,1745	9,94	2501		22,80	2501	0,1750	1,247
	28,20	0,0431	0,2176	12,23	2455		28,20	2455	0,0438	0,895
	30,00	0,0000	0,2176	12,64	2447		30,00	2447	0,0000	0,807
Atrito def. Betão disp. Ancorag. Instantâneas										
(3)disp. amarraq.	x	Tan β·d i	p.t.sigmap0	total	1	2	3	sum	P0	variação
	0,00		10,39		0,00	0,890	10,39	11,28	2474	8,4%
	1,20	0,73	8,93		0,73	0,877	8,93	10,54	2489	7,8%
	4,80	0,92	7,10		1,65	0,886	7,10	9,63	2507	7,1%
	10,80	3,55	0,00		5,20	1,135	0,00	6,33	2573	4,7%
	12,00	0,00	0,00		5,49	1,009	0,00	6,50	2570	4,8%
	13,80	0,00	0,00		7,78	0,973	0,00	8,76	2525	6,5%
	22,80	0,00	0,00		9,94	1,247	0,00	11,19	2476	8,3%
	28,20	0,00	0,00		12,23	0,895	0,00	13,12	2438	9,7%
	30,00	0,00	0,00		12,64	0,807	0,00	13,45	2431	10,0%
elongamento do cabo										
cm	x	dx	sigmaP							
	0,00	0,60	123,72	0,004						
	1,20	2,40	124,46	0,015						
	4,80	4,80	125,37	0,030						
	10,80	3,60	128,67	0,023						
	12,00	0,60	128,50	0,004						
	13,80	5,40	126,24	0,034						
	22,80	7,20	123,81	0,045						
	28,20	3,60	121,88	0,022						
	30,00	0,90	121,55	0,005						
elongamento do cabo					0,182	m				



De seguida são calculadas as perdas diferidas nomeadamente por retracção, por fluência e por relaxação da armadura. Este tipo de perdas são divididos nas perdas resultantes por retracção e fluência do betão e ainda por relaxação das armaduras, contabilizadas da seguinte forma:

$$\Delta\sigma_{pt,s+c+r}(x) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0)E_p + \alpha\varphi_c(t, t_0)[\sigma_{c,g}(x) + \sigma_{c,p0}(x)] - \Delta\sigma_{p,t-t_0,r}(x)}{1 - \alpha \frac{\sigma_{c,p0}(x)}{\sigma_{p0}(x)} \left[1 + \frac{\varphi_c(t, t_0)}{2} \right]}$$

Perdas diferidas										
e cs(tinf,t0) =					j c(tinf,t0) =					
-200					2,3					
valor total das perdas diferidas (1ª aproximação)=					12,22 %					
valor total final das perdas diferidas					12,22 %					
					perda por relaxaç.		0,5 fpuk	0,7 fpuk		
							0,00%	6,00%		
x	sigma p0(x)	sigma c,g(x)	sigma c,p0(x)	sigma c,g2(x)	sigma p,r (x)	dsigma pinf,r (x)	s+c	numerador	denominador	dsigma pinf,s+c+r(x)
0,00	123,72	0,00	-0,52	0,00	119,18	6,02	-11,50	17,52	1,06	16,58
1,20	124,46	0,00	-0,52	0,00	119,90	6,20	-11,49	17,69	1,06	16,75
4,80	125,37	0,08	-0,56	0,05	121,09	6,51	-10,90	17,42	1,06	16,42
10,80	128,67	0,50	-0,91	0,30	125,85	7,80	-9,97	17,77	1,10	16,22
12,00	128,50	1,33	-1,16	0,81	128,85	8,65	-1,50	10,15	1,12	9,05
13,80	126,24	0,46	-0,79	0,28	124,47	7,35	-8,84	16,19	1,08	14,93
22,80	123,81	0,71	-1,06	0,44	123,72	7,11	-9,04	16,15	1,12	14,48
28,20	121,88	-0,04	-0,55	-0,02	117,16	5,51	-12,52	18,03	1,06	17,00
30,00	121,55	0,00	-0,51	0,00	117,09	5,49	-11,37	16,86	1,06	15,96

Por fim, relativamente às perdas, o programa apresenta um quadro resumo com as perdas e o esforço final no cabo em fase 0 e em fase infinito.

resumo	x	sigma p0	perdas	%	sigma p0(x)	P0 (x)	perdas	%	sigma pinf(x)	P inf(x)
total			instantâneas				diferidas			
final	0,00	135	11,28	8,4 %	123,72	2474	16,58	13,40 %	107,14	2143
	1,20	135	10,54	7,8 %	124,46	2489	16,75	13,46 %	107,71	2154
	4,80	135	9,63	7,1 %	125,37	2507	16,42	13,10 %	108,94	2179
	10,80	135	6,33	4,7 %	128,67	2573	16,22	12,61 %	112,45	2249
	12,00	135	6,50	4,8 %	128,50	2570	9,05	7,05 %	119,44	2389
	13,80	135	8,76	6,5 %	126,24	2525	14,93	11,83 %	111,31	2226
	22,80	135	11,19	8,3 %	123,81	2476	14,48	11,70 %	109,33	2187
	28,20	135	13,12	9,7 %	121,88	2438	17,00	13,95 %	104,88	2098
	30,00	135	13,45	10,0 %	121,55	2431	15,96	13,13 %	105,59	2112

	x	sigma cp,1	ganhosP0	P0inf final
recuper.				
de tensão	0,00	-1,16	-7,23	2150
devido á	1,20	-0,92	-5,77	2160
pass.pelo	4,80	-1,21	-7,57	2186
est. neutro	10,80	1,17	7,33	2242
	12,00	0,47	2,96	2386
	13,80	0,74	4,65	2222
	22,80	-2,23	-13,91	2200
	28,20	-2,00	-12,47	2110
	30,00	-2,59	-16,17	2128



e)-Verificação aos Estados Limites de Serviço

Tendo em conta o grau de agressividade do meio envolvente escolhido na 1ª folha, o programa faz a verificação ao estado limite de descompressão e de fendilhação nas fibras superiores e inferiores de cada secção.

Verificação aos Estados Limite de Serviço							
x	e	P0	P inf(x)	Mg p0x	Mdfr	M desc	M sec.0
0,0	0,000	2474	2150	-58	-97	184	121
1,2	0,015	2489	2160	-3	-4	223	94
4,8	0,060	2507	2186	64	105	340	-2
10,8	-0,161	2573	2242	-176	-284	-578	-105
12,0	-0,205	2570	2386	-387	-621	-723	-20
13,8	-0,142	2525	2222	-183	-298	-530	-1
22,8	0,175	2476	2200	206	336	617	107
28,2	0,044	2438	2110	-35	-53	271	227
30,0	0,000	2431	2128	-189	-311	182	255
x	e	P inf(x)	Mdra	M d ra	Mdqp	M fctm x	M sec.inf
0,0	0,000	2150	-104	-104	-96	70	105
1,2	0,015	2160	-4	-4	-4	103	82
4,8	0,060	2186	113	113	104	203	-1
10,8	-0,161	2242	-304	-304	-281	-425	-92
12,0	-0,205	2386	-665	-665	-615	-565	-19
13,8	-0,142	2222	-320	-320	-295	-377	-1
22,8	0,175	2200	360	360	333	465	94
28,2	0,044	2110	-57	-57	-53	156	196
30,0	0,000	2128	-333	-333	-308	69	221

Estado Limite de Descompressão			
Inicial	(M Pa)		
Sigma i	Sigma s		
-3,67	ok	-6,78	ok
-3,87	ok	-6,42	ok
-6,67	ok	-3,07	ok
-2,08	ok	-7,00	ok
-2,28	ok	-6,62	ok
-1,24	ok	-7,66	ok
-7,05	ok	-2,51	ok
-2,95	ok	-7,10	ok
-3,51	ok	-6,74	ok

Estado Limite de Descompressão			
Final	(M Pa)		
Sigma i	Sigma s		
-4,09	ok	-4,40	ok
-3,32	ok	-5,04	ok
-4,44	ok	-3,55	ok
-4,01	ok	-3,52	ok
-6,41	ok	-1,62	ok
-3,47	ok	-3,97	ok
-3,41	ok	-4,68	ok
-3,07	ok	-5,08	ok
-6,00	ok	-2,40	ok

Estado Limite de Fendilhação				
fctm= 2,80				
	Sigma i	Sigma s		
verificação	-4,23	ok	-4,26	ok
simplificada	-3,33	ok	-5,04	ok
por	-4,32	ok	-3,68	ok
tensões	-4,34	ok	-3,21	ok
	-7,12	ok	-0,95	ok
	-3,81	ok	-3,64	ok
	-3,09	ok	-5,03	ok
	-3,14	ok	-5,00	ok
	-6,44	ok	-1,95	ok

Tensões Máximas de Compressão Iniciais				
	fcd = -18,0 (M Pa)			
	Sigma s,ra		Sigma i,ra	
verificação	-5,64	ok	-4,80	ok
das	-6,39	ok	-3,91	ok
tensões	-4,08	ok	-5,67	ok
de	-4,66	ok	-4,47	ok
compressão	-1,66	ok	-7,37	ok
Comb. Rara	-5,16	ok	-3,78	ok
≤ 0.6*fck	-5,45	ok	-4,21	ok
	-6,57	ok	-3,49	ok
	-3,20	ok	-7,06	ok



Tensões Máximas de Compressão Finais				
fcd = -18,0 (M Pa)				
	Sigma s,ra		Sigma i,ra	
verificação	-4,26	ok	-4,23	ok
das	-5,04	ok	-3,33	ok
tensões	-3,68	ok	-4,32	ok
de	-3,21	ok	-4,34	ok
compressão	-0,95	ok	-7,12	ok
Comb. Rara	-3,64	ok	-3,81	ok
$\leq 0,6 \cdot f_{ck}$	-5,03	ok	-3,09	ok
	-5,00	ok	-3,14	ok
	-1,95	ok	-6,44	ok

Tensões Máximas de Compressão Finais				
fcd = -13,5 (M Pa)				
	Sigma s,qp		Sigma i,qp	
verificação	-4,42	ok	-4,07	ok
das	-5,05	ok	-3,32	ok
tensões	-3,53	ok	-4,46	ok
de	-3,57	ok	-3,96	ok
compressão	-1,71	ok	-6,31	ok
Comb. Q. Pe	-4,02	ok	-3,42	ok
$\leq 0,45 \cdot f_{ck}$	-4,63	ok	-3,46	ok
	-5,09	ok	-3,05	ok
	-2,46	ok	-5,94	ok

Se no estado limite de fendilhação houver tracções que ultrapassem o valor de f_{ctm} , torna-se necessário controlar a abertura de fendas (calculando σ_s e σ_{sr}) verificando se estas são superiores ao máximo permitido para cada caso.

Na parte final da folha de cálculo existem duas páginas destinadas à determinação de σ_s e σ_{sr} .



f)- Verificação ao esforço transversal

Através da tabela de cálculo, é possível fazer a verificação da segurança ao esforço transversal pelo REBAP. Neste caso, não é necessário realizar nenhum reforço específico nomeadamente por se tratar de uma laje. A armadura longitudinal de meio vão é estendida até ao apoio de forma a se obter o equilíbrio das escoras que se formam junto ao mesmo (ver estudo de esforço transversal).

Dimensionamento ao Esforço Transverso					
	(n/bal)	(n/bal)			
secção	VE _{d0}	VE _{dinf}	VE _d	V _{cd}	
1	51	118	118	344	não precisa de estribos
2	37	47	47	704	não precisa de estribos
3	46	45	46	750	não precisa de estribos
4	109	64	109	826	não precisa de estribos
5	216	344	344	761	não precisa de estribos
6	66	129	129	826	não precisa de estribos
7	11	12	12	750	não precisa de estribos
8	57	98	98	704	não precisa de estribos
9	123	240	240	344	não precisa de estribos

beta
30
30
30
30
30
30
30
30

se precisa de estribos				KN, m							
secção	diametro	num./ p.m.	Acr	Asw/p.m. cm2	afast. s	alfa	V _{cd}	V _{wd}	V _{Rd}		
1	6	7	223,3	126	0,14	90	325	1776	2120		o.k.
2	6	7	228,3	126	0,14	90	704	1815	2519		o.k.
3	6	7	243,2	126	0,14	90	750	1934	2683		o.k.
4	6	7	268,0	126	0,14	90	826	2131	2957		o.k.
5	6	7	272,9	126	0,14	90	761	2170	2932		o.k.
6	6	7	268,0	126	0,14	90	826	2131	2957		o.k.
7	6	7	243,2	126	0,14	90	750	1934	2683		o.k.
8	6	7	228,3	126	0,14	90	704	1815	2519		o.k.
9	6	7	223,3	126	0,14	90	344	1776	2120		o.k.

cm				Kn							
secção	x	φ cabos#	d	t2*bw*d	1+M0/MSd	t1*bw*d	t1*(bw*d-Acr)				
1	0,0	3,8	40,5	2430	1,00	344,25	325,3				
2	1,2	3,8	41,4	2484	2,00	351,90	332,5				
3	4,8	3,8	44,1	2646	2,00	374,85	354,2				
4	10,8	3,8	48,6	2916	2,00	413,10	390,3				
5	12,0	3,8	49,5	2970	1,81	420,75	397,6				
6	13,8	3,8	48,6	2916	2,00	413,10	390,3				
7	22,8	3,8	44,1	2646	2,00	374,85	354,2				
8	28,2	3,8	41,4	2484	2,00	351,90	332,5				
9	30,0	3,8	40,5	2430	1,00	344,25	325,3				

soma dos diam. dos cabos a este nível



BIBLIOGRAFIA

Lin T. Y., Burns N. H. (1982). *Design of Prestressed Concrete Structures*, John Wiley & Sons, New York.

Post – Tensioning Manual, Post – Tensioning Institute, Phoenix, EUA.

Figueiras A. J. (1993). *Dimensionamento de Estruturas de Betão Pré-Esforçado*, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal.

Leonhardt F., Mönnig E.,(1977). *Construções de Concreto- Volume 5*, Livraria Interciência, Rio de Janeiro.

Guyon Y. (1966). *Constructions en béton Précontraint- Classes. États Limites*, Eyrolles, Paris.

Johannson J. (1975). *Diseño y calculo de Estructuras Pretensadas*, Marcombo, Barcelona.

Lacroix R., Fuentes A. (1978). *Hormigon Pretensado – Concepcion, calculo, ejecucion*, editores técnicos associados, Barcelona.